Всероссийская молодежная научная конференция "Все грани математики и механики"

Сборник тезисов докладов

25-28 апреля 2017

Содержание

СЕКЦИЯ

АЛГЕБРА

Абелевы группы с π-регулярным центром кольца эндоморфизмов

Иванец О. В.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: *olesiy_95@mail.ru*

Определение 1. *Кольцо R называется π-регулярным, если для каждого элемента $x \in R$ найдётся y такой, что $x^m y x^m = x^m$ при некотором $m \in \mathbb{N}$, зависящем от x.*

Лемма 1. *Центр кольца эндоморфизмов группы G π-регулярен тогда и только тогда, когда для любого $\alpha \in C(E(G))$ следует, что $G = im\alpha^m \bigoplus \ker \alpha^m$ для некоторого $m \in \mathbb{N}$.*

Следствие 1. *Центр кольца эндоморфизмов любого прямого слагаемого группы с π-регулярным кольцом эндоморфизмов π-регулярен.*

Лемма 2. *Центр кольца эндоморфизмов делимой группы без кручения π-регулярен.*

Лемма 3. *Пусть A — ограниченная p-группа, тогда $C(E(A))$ — π-регулярное кольцо.*

Теорема 1. *Для группы G следующие условия справедливы:*

1) *если G — нередуцированная группа и $C(E(G))$ — π-регулярное кольцо, то группа G удовлетворяет хотя бы одному из следующих условий:*
   a) *G — делимая группа без кручения;*
   b) *$G = T(G) \bigoplus D$, где $T_p(G)$ — ограниченная группа для всякого $p \in P(G)$, а D — делимая группа без кручения;*
2) *если G — редуцированная группа и $C(E(G))$ — π-регулярное кольцо, то $T_p(G)$ — ограниченная группа для всякого $p \in P(G)$, $G/T(G)$ — делимая группа и*

$$\bigoplus_{p \in P(G)} T_p(G) \subseteq G \subseteq \prod_{p \in P(G)} T_p(G).$$

Литература

1. Крылов П.А., Михалев А.В., Туганбаев А.А. Связи абелевых групп и их колец эндоморфизмов. Томск: ТГУ, 2002. 464 с.

Ранг формальных матриц

Норбосамбуев Ц. Д.

ТГУ, Томск
e-mail: nstsddts@yandex.ru

Подробно познакомиться с кольцами формальных матриц можно в [1], [2] и [3]. После введения формальных матриц кажется логичным попытаться перенести них уже имеющиеся понятия и результаты из теории обычных матриц над коммутативным кольцом. Везде далее A - формальная матрица порядка n над коммутативным кольцом R, K - кольцо таких матриц. Зафиксируем число $l \in \{1, ..., n\}$. Существует гомоморфизм колец $\eta_l : K \to M(n, R)$, $(a_{ij}) \mapsto (t_{ij}) \cdot (a_{ij})$, где $(t_{ij}) = (s_{ijl})$.

Определение 1. *Σ-рангом матрицы A назовем число: $r_l(A) = max\{t \in \mathbb{Z} | Ann_R(I_t(\eta_l(A))) = 0\}$, где $I_t(\eta_l(A))$ - идеал в R, порожденный всеми $(t \times t)$-минорами матрицы $\eta_l(A)$, а $Ann_R(I_t(\eta_l(A)))$ - аннулятор этого идеала.*

Имеет место такая теорема.

Теорема 1. *Справедливы следующие соотношения и импликации:*
1)$0 \leq r_l(A) \leq n$;
2)$r_l(A) = r_l(PAQ), \forall P, Q \in U(M(n, R, \Sigma))$;
3)$r_l(A) = 0 \Leftrightarrow Ann_R(I_1(\eta_l(A))) = 0$;
4)$r_l(A) < n \Leftrightarrow d(A) \in Z(R)$.

Литература

1. Крылов П.А., Туганбаев А.А. Формальные матрицы и их определители // Фундам. прикл. матем. 2014. № 1(19). С. 65 – 119.
2. Норбосамбуев Ц.Д. О суммах диагональных и обратимых обобщенных матриц // Вестник Томского госуниверситета. Математика и механика. 2015. № 4(36). С. 34 – 41.
3. Норбосамбуев Ц.Д. 2-хорошие диагональные формальные матрицы над кольцом целых чисел // Всероссийская молодежная научная конференция «Все грани математики и механики» (25–29 апреля 2016г.) Сборник статей. Томск, Изд. ТГУ. 2016. С. 6 – 13.
4. Brown W.C. Matrices over commutative rings // New York: Marcel Dekker Inc., 1993. — 294 p.

О факторно делимых группах ранга 1

Гайдак В. А.

Томский государственный университет, г. Томск
e-mail: gaidakvioletta@gmail.com

Важную роль в теории абелевых групп играют факторно делимые группы. Факторно делимые группы конечного ранга, не содержащие делимых периодических подгрупп, впервые рассмотрели У. Уиклесс и А.А. Фомин. В работе [1] они построили категорию факторно делимых групп с квазигомоморфизмами в качестве морфизмов и показали, что данная категория двойственна хорошо известной категории групп без кручения конечного ранга с квазигомоморфизмами в качестве морфизмов.

Определение 1. *Группа A называется факторно делимой группой ранга 1, если она не содержит отличных от 0 периодических делимых подгрупп, но при этом содержит группу $\langle a \rangle$, где a — элемент бесконечного порядка, такую, что $A/\langle a \rangle$ есть периодическая делимая группа.*

Обозначим через $\mathbf{Q}^{(L)}$ множество всех таких дробей $\frac{x}{y} \in \mathbf{Q}$, у которых y разлагается в произведение простых чисел, принадлежащих L; через $\mathbf{Z}(n)$ — циклическую группу порядка n.

Теорема 1. *Пусть $p_1, p_2, \ldots, p_m$ — попарно различные простые числа, L — множество простых чисел такое, что $p_i \in L$ при всех $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$. Тогда $\mathbf{Q}^{(L)} \oplus \mathbf{Z}(p_1^{k_1}) \oplus \mathbf{Z}(p_2^{k_2}) \oplus \cdots \oplus \mathbf{Z}(p_m^{k_m})$ есть факторно делимая группа ранга 1 для любых положительных целых чисел $k_1, k_2, \ldots, k_m$.*

Лемма 1. *Пусть A — факторно делимая группа ранга 1 и p — произвольное простое число. Тогда:*
а) A/pA — циклическая группа;
б) Всякая p-базисная подгруппа группы A — циклическая.

Теорема 2. *Пусть A — факторно делимая группа ранга 1, имеющая конечную периодическую часть. Тогда существуют попарно различные простые числа $p_1, p_2, \ldots, p_m$, положительные целые числа $k_1, k_2, \ldots, k_m$ и множество простых чисел L такие, что $p_1, p_2, \ldots, p_m \in L$ и $A \cong \mathbf{Q}^L \oplus \mathbf{Z}(p_1^{k_1}) \oplus \mathbf{Z}(p_2^{k_2}) \oplus \cdots \oplus \mathbf{Z}(p_m^{k_m})$.*

Литература

1. Fomin A., Wickless W. Quotient divisible abelian groups // Proc. Amer. Math. Soc. 1998. V. 126. P. 45–52.

СЕКЦИЯ

ГЕОМЕТРИЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Геометрическое моделирование гипоидной передачи

Щербаков Н. Р., Щёголева А. А.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: nschegoleva@sibmail.com

Однополостные гиперболоиды вращения являются базовыми поверхностями (аксоидами) входной и выходной деталей гипоидных передач [1], занимающих важное место в большом многообразии зубчатых передаточных механизмов. Главная особенность гипоидной передачи – скрещивающиеся оси вращения аксоидов. Такое расположение осей позволяет обеспечить плавность хода, бесшумность работы и повышенную нагрузочную способность механизма. В работе рассмотрены геометрические аспекты моделирования гипоидной передачи с перпендикулярными осями, а именно: 1) найдено условие на параметры гиперболоидов, при выполнении которого у них есть общая прямолинейная образующая, проходящая через общую точку их горловых линий; 2) с использованием этого условия получено оригинальное доказательство известного факта: качение гиперболоидов с касанием по прямолинейной образующей при вращении их вокруг своих осей с соответствующим отношением скоростей возможно только при условии совпадения размеров мнимых полуосей гипербол, вращением которых образованы гиперболоиды; 3) доказано, что при заданных величинах смещения осей и передаточного отношения параметры гиперболоидов определяются однозначно. Получены точные аналитические уравнения поверхности зуба входной детали S, а поверхность зуба выходной детали найдена как огибающая семейства поверхностей S.

Литература

1. Вильдгабер Э. Основы зацепления конических и гипоидных передач. М.: Машгиз, 1946, 173 с.

Поверхности, образованные движением прямой

Девяшина Е.А.

Томский Государственный университет, Томск
e-mail: zhenya_devyashina@mail.ru

Рассматриваются поверхности, которые можно получить вращением прямой вокруг неподвижной оси: цилиндр, конус, однополостный гиперболоид вращения и прямой геликоид.Образование этих поверхностей проиллюстрировано анимационными файлами в пакете MathCad.

Винтовые линии и спирали на поверхностях вращения

Алифанова О.А.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: alifanovaolga18@email.ru

В работе рассматриваются винтовые линии и спирали на поверхностях вращения: цилиндр, конус, однополостный гиперболоид вращения. Показано, что винтовая линия на конусе не является обобщенной винтовой линией. Созданы анимационные файлы, демонстрирующие построения указанных кривых как годографов вектор-функций.

Геометрическое моделирование перекрытий отрицательной гауссовой кривизны

Рубцова Е.В.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: rubc-ekaterina@email.ru

В проектировании и строительстве перекрытий зданий и сооружений важную роль играют поверхности отрицательной гауссовой кривизны. В частности, в этом классе содержатся и минимальные поверхности. Известны алгоритмы, позволяющие строить конечно-элементную модель таких поверхностей. В предлагаемой работе один из указанных алгоритмов реализован в программной среде Maple. Программа восстанавливает поверхность по массиву точек на границе. Предусмотрены меры по экономии процессорного времени.

СЕКЦИЯ

ТОПОЛОГИЯ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

О линейных гомеоморфихмах подпространств пространства s.

Головина Н. П.

ТГУ, Томск
e-mail: ninochka.6793@mail.ru

Мы используем следующие обозначения: s - пространство всех последовательностей. c - пространство всех сходящихся последовательностей. c_0 - пространство всех последовательностей сходящихся к нулю. Хорошо известно ([1]), что нормированные пространства c_0 и c изоморфны, и дополняемо вкладываются друг в друга. Мы рассматриваем пространства $c_0, c \subset s$, то есть с топологией поточечной сходимости.

Предложение 1. *Пространство $c_0 \times c$ линейно гомеоморфно c и, следовательно, c_0 дополняемо вкладывается в c.*

Предложение 2. *Пространство c_0 не линейно гомеоморфно пространству c и, более того, c дополняемо не вкладывается в c_0.*

Пусть T - топологическое пространство. $A \subset T$ -произвольное подмножество. Пространство непрерывных функций $C(T)$, в котором база окресностей точки $x \in C(T)$ задается следующим образом: $U(x, t_1, ..., t_n, \varepsilon) = \{y \in C(T) : |y(t_i) - x(t_i)| < \varepsilon, \varepsilon > 0, t_i \in T \setminus A, i = 1, ..., n\}$, обозначается $C_{p,A}(T)$. В работе полученна следующая теорема:

Теорема 1. *Пространство $C_{p,\{\omega,\ldots,\omega*l\}}([1, \omega * n])$ линейно гомеоморфно пространству $C_{p,\{\omega,\ldots,\omega*m\}}([1, \omega * k])$, тогда и только тогда, когда $l = m$, где $n, l, k, m \in \mathbb{N}$.*

Следствие 1. *Пространство $\prod_{i=1}^{n} c_i$ не линейно геоморфно пространству $\prod_{i=1}^{m} c_i$,если $n \neq m$ и $c_i = c$.*

Литература

1. Bessaga C., Pelczynski C. On isomorphic classification of spaces of continuos functions. Stadia Math. 1960.V.19.P.53-62.

Нормальность некоторых пространств $C_p(X,Y)$

Королев Д. И.

ТГУ, Томск
e-mail: dracen658@mail.ru

В данной работе рассматривается вопрос о нормальности некоторых пространств непрерывных функций с топологией поточечной сходимости.

Введем на $\mathbb{R}$ топологию τ_A с помощью базы $\{(a,b)|a < b\} \cup \{[a,b)|a \in A, a < b\}$, где A – некоторое множество лежащее в $\mathbb{R}$. Обозначим $\mathbb{R}_A := (\mathbb{R}, \tau_A)$.

Теорема 1. *Пусть $A = \{y_0\}$, где $y_0 \in \mathbb{R}$. Пространство $C_p([0,1], \mathbb{R}_A)$ – нормально.*

Определение 1. *Множество A называется разреженным, если в любом его подмножестве C существует изолированная в C точка.*

Теорема 2. *Пусть A – разреженное множество. Пространство $C_p([0,1], \mathbb{R}_A)$ – нормально.*

Следствие 1. *Пространство $C_p([0,1], \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})$ – нормально.*

Теорема 3. *Пусть A – всюду плотное в $\mathbb{R}$ множество. Пространство $C_p([0,1], \mathbb{R}_A)$ – нормально.*

Следствие 2. *Пространство $C_p([0,1], \mathbb{R}_{\mathbb{Q}})$ – нормально.*

Топологические пространства функций с множественно-открытой топологией

Мусаев Т. О.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: bagration1995.a@gmail.com

Множество непрерывных вещественнозначных функций $C(X)$, где X - тихоновское, можно наделить различными топологиями. В настоящее время интерес представляют пространства $C_\lambda(X)$, т.е. пространства функций, наделенные множественно-открытой топологией. Предбазисными множествами для такой топологии являются множества вида $[A,U]$:=$\{f \in C(X)$ / $f(A) \subset U$, где $A \in \lambda$, U-открытое множество из R $\}$.

В статье [1] доказана следующая теорема.

Теорема 1. *$C_\lambda(X)$ - хаусдорфово топологическое векторное пространство тогда и только тогда, когда семейство λ обладает следующими свойствами: (а) λ - π-сеть для пространства X; (б) λ состоит из C-компактных подмножеств; (в) λ=$\lambda(C)$*

Напомним, что семейство λ называется π-сетью, если для любого открытого множества $A \subset X$ существует $B \in \lambda$ такое, что $B \subset A$. Для данного семейства λ полагаем $\lambda(C)$=$\{A \in \lambda$ / для каждого C-компактного $B \subset A$, множество $[B,U]$ открыто в $C_\lambda(X)$ для любого U в R $\}$.

В работе изучаются свойства пространств $C_\lambda[0,1]$. Приведены примеры семейств λ со свойством (б) таких, что:

1) Выполняются свойства (а) и (в);
2) Нарушено свойство (а) и выполнено свойство (в);
3) Выполняется свойство (а) и нарушено свойство (в);
4) Нарушены оба условия (а) и (в).

Предложение 1. В случае 1) $C_\lambda[0,1]$ хаусдорфово ТВП; В случае 2) $C_\lambda[0,1]$ не хаусдорфово ТВП; В случае 3) $C_\lambda[0,1]$ хаусдорфово, но не ТВП; В случае 4) $C_\lambda[0,1]$ не хаусдорфово и не ТВП;

Литература

1. Osipov A.V. Topological-algebraic properties of function spaces with set-open topologies // Topology and its Applications 2012. No. 159. P. 800 – 805.

Примеры отображений с s- усредненной характеристикой *

Асанбеков У. К.

ТГУ, Томск
e-mail:urmat_1396@mail.ru

В работе приводятся примеры, показывающие, что в отличие от отображений с ограниченным искажением [1]для отображений с s- усредненной характеристикой[2], у которых конечны интегралы $\int_D K_I^s(x,f)|J(x,f)|dx$ и $\int_D K_O^{s'}(x,f)dx$, ограниченность кратности и степени на компактах из D вообще говоря, не имеет места

Пример 1. Закручивание вокруг оси тора. В пространстве R^3 рассмотрим тор D, точки $x = (x_1, x_2, x_3)$ которого удовлетворяют условиям :$|x_1| < 1$, $|x_2| < 1$, $|x_3| < 1$, где $x_1 = (R+rcos\theta)cos\phi, x_2 = (R+rcos\theta)sin\phi, x_3 = sin\theta$, заданный при помощи криволинейных координат $0 \le \phi < 2\pi$, $0 \le \theta < 2\pi$,$0 < r < R$, $R < 1$. Обозначим $D^1 = x : (x_1 - R)^2 + x_3^2$. Отображение $f : D \to D'$, $(r\phi, \theta) \to (r, \phi, r^p\theta)$, $r \ne 0$, где p- произвольное отрицательное число и $f(x) = x$, если $(x_1 - R)^2 + x_3^2 = 0$, очевидно, непрерывно и ограничено в $D \setminus D^1$, локально гомеоморфно в точках $x \in D \setminus D^1, r \ne 0$. Отсюда легко увидеть, что отображение f открыто и непрерывно дифференцируемо в точках $x \in D \setminus D^1$ и $J(x, f) = r^p > 0$. Возьмем компакт $F \subset D$ такой, что для всякого натурального m можно указать $r > 0$ такое, что для некоторой точки $y = (y_1, y_2, y_3)$, $y_1 = (R + rcosr^p\theta)cos\phi$, $y_2 = (R+rcosr^p\theta)sin\phi$,$y_3 = rsinr^p\theta$. Следовательно, имеется не менее m прообразов в F для этого надо выбрать r так, чтобы шар радиуса r с центром на D^1 лежал в F и целая часть $[r^p]$ числа r^p была бы не меньше m. Это и означает, что ограниченность на компактах кратности отображения f не имеет места. Можно подобрать $p > 0$ $(0 > p > max\{\frac{-1}{2s}, \frac{-2}{2s+1}\})$ так, чтобы интегралы $\int_D K_I^s(x,f)|J(x,f)|dx < \infty$, $\int_D K_O^{s'}(x,f)dx < \infty$ чтобы были конечны.

Пример 2. Закручивание вокруг точки. В пространстве R^3 рассмотрим область D , которая представляет собой шар $x_1^2+x_2^2+x_3^2 \le 1$ с центром в начале координат и радиуса I. В области D зададим отображение $f : (r, \phi, \theta) \to (r, \phi, r^p\theta)$, если $\theta \ne 0$, $r \ne 0$ и $f(x) = x$ при $x = 0$

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 00-00-00000.

Литература

1. Ю.Г. Решетняк. Пространственные отображения с ограниченным искажением. Новосибирск: Наука, 1982
2. 2. А.Н. Малютина, М.А.Елизарова. Теоремы о полунепрерывности снизу отображений с s- усредненной характеристикой // Вестник ТГУ.Математика и механика.2009,№4(8)С.46-52

"Свободное пространство Липшица $\mathcal{F}(\mathbb{R}^n)$"

Островик М. О.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: rijayababa@gmail.com

Рассматриваются $Lip_0(\mathbb{R}^n)$ – пространство липшицевых функций на $\mathbb{R}^n$ и $\mathcal{F}(\mathbb{R}^n)$ – свободное пространство Липшица на $\mathbb{R}^n$.

Определение 1. *Пусть $X = L^1(\mathbb{R}^n;\mathbb{R}^n)$ банахово пространство интегрируемых векторных полей и пусть N – подпространство X состоящее из векторных полей с нулевой дивергенцией :*

$$N = \left\{(f_j)_{1\le j\le n} \in X, \sum\nolimits_{j=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_j} = 0\right\}. \tag{1}$$

Теорема 1. *Пусть $X = L^1(\mathbb{R}^n;\mathbb{R}^n)$ банахово пространство интегрируемых векторных полей и пусть N – подпространство X состоящее из векторных полей с нулевой дивергенцией как в (1). Тогда свободное пространство Липшица $\mathcal{F}(\mathbb{R}^n)$ изометрично фактор-пространству X/N и верно равенство $Lip_0(\mathbb{R}^n) = (X/N)^*$*

Данная теорема доказывается по индукции с привлечением теории обобщенных функций.

Литература

1. Albiac F. and Kalton N. J., Topics in Banach space theory, Graduate texts in Mathematics, Springer, New York, London, 2006.
2. Godard A., Tree metrics and their Lipschitz-free spaces, Proc. Amer. Math. Soc. 138 (2010), no. 12, 4311- 4320.
3. Godefroy G. and Kalton N. J., Lipschitz-free Banach spaces, Studia Math. 159 (2003), no. 1, 121-141. Dedicated to Professor Aleksander Pe lczynski on the occasion of his 70th birthday.
4. Godefroy G. and Lerner N., Some natural suspaces and quotient spasec of L^1// arXiv, 1702.06049.
5. Weawer N., Lipschits algebras// World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NJ, 1999.
6. Weawer N., On the unique predual problem for Lipschits spaces// arXiv, 1611.01812v2.

Примеры бесконечномерных банаховых пространств не содержащих равностороннее множество

Родионов А.А.

ТГУ, Томск
e-mail: alexandrrodionoff@gmail.com

Определение 1. *Подмножество S банахова пространства X называется равносторонним, если существует константа $\lambda > 0$ такая, что $||x - y|| = \lambda$, где $x, y \in S$, $x \neq y$.*

Теорема 1. *Пусть $(X_n)_{n \geqslant 1}$ есть последовательность конечномерных банаховых пространств, каждое имеет 1-безусловный базис. Тогда банахово пространство X не содержит равносторонне множество.*

Литература

1. P. Terenzi, Successioni regolari spazi di Banach, *Milan J. Math.*, **57**(1) (1987), 275-285.
2. S.K. Mercourakis and G.Vassiliadis, Equilateral sets in infinite dimentional Banach Spaces, *Proc. Amer. Math. Soc* **142** (2014), 205-212
3. E.Glakousakis and S.Mercourakis, Examples of infinite dimentional Banach spaces without infinite equilateral sets, May 16, 2016

Критерий метризуемости γ-пространств

Бадмаев О. О.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: badmaev1995@bk.ru

В данной работе получен критерий метризуемости топологического пространств со свойством γ.

Определение 1. *Семейство $\mathcal{A}$ подмножеств пространства $\mathbf{X}$ называется ω-покрытием этого пространства, если для каждого конечного $\mathcal{K} \subset \mathbf{X}$ найдется $\mathcal{U} \in \mathcal{A}$, такое, что $\mathcal{K} \subset \mathbf{U}$.*

Определение 2. *Будем говорить, что в $\mathbf{X}$ выполнено свойство γ, если для любого открытого ω-покрытия η пространсва $\mathbf{X}$ найдется последовательность $\xi \subset \eta$, такая, что $lim\xi = \mathbf{X}$.*

Теорема 1. *Пусть $\mathbf{X}$ обладает свойством γ, тогда следующие условия эквивалентны:*
1) $\mathbf{X}$-метризуемо,
2) $\omega(\mathbf{X}) \leq \aleph_0$.

Литература

1. Архангельский А.В.. Топологические пространства функций. –М.: Изд-во МГУ, 1989. – 222с..
2. Galvin F., Miller A., γ-sets and other singular sets of real numbers, I, Topol. and App. 1984.V. 17, P. 145-155.
3. Gerlits J., Nagy Zs., Some properties of C(X), I, Topol. and App. 1982. V. 14, N 2, P. 151-161.

Разложение пространства $([1, \omega], S)$.

Мангыр Д. И., Хмылева Т. Е.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: dianamangyr@gmail.com

Определение 1. *Пространством непрерывных функций, определенных на отрезке ординалов $[1, \omega]$, со значениями в стрелке Зоргенфрея S называется пространство $C([1, \omega], S)$ [1].*

Определение 2. *Пространство $C_0([1, \omega], S) = \{x \in C([1, \omega], S) : x(\omega) = 0\}$.*

Следующие операции в этих пространствах непрерывны:
1. $x + y$ - сложение;
2. αx - умножение на положительное число;
3. $x - \alpha 1, \alpha \in \Re$ - сдвиг на постоянную функцию.

Рассмотрим два подпространства из X, где $X \subset C_0([1, \omega], S)$. Подпространство $L \subset X$,где $L = \{x(t) \geqslant 0 \forall t,\ x(\omega) = 0\}$. Подпространство $M \subset X$, $x \in M \Leftrightarrow \{x(t) \leqslant x(\omega) \forall t, t \in [1, \omega]\}$

Нетрудно видеть, что $L \bigcap M = \{0\}$.

Теорема 1. *Пространство $X = L \oplus M$, то есть любую точку $x \in X$ можно представить в виде суммы $x = y + z$, где $y \in L, z \in M$.*

Литература

1. R. Engelking, General Topology, in: Sigma Ser. Pure Math., vol. 6, Heldermann, Berlin, 1989.

Модуль семейства кривых

Новик А. В., Малютина А. Н.

Томский государственный университет
e-mail: novik.anastasiia@mail.ru

В этой работе мы продолжаем развивать метод модулей семейств кривых для не гомеоморфных пространственных отображений.

Определение 1. *Пусть Г – некоторое семейство кривых в $\overline{R}^n$. Борелевскую функцию $p : R^n \to [0;\infty]$ назовем допустимой метрикой семейства* Γ, *если* $\int_\gamma pdl_x \geqslant 1$ *для* $\forall \gamma \in \Gamma$,*где* $dl_x = \frac{dl}{1+|x|^2}$.

Определение 2. *Сферический модуль семейства* Γ *определим по формуле* $M_\alpha = inf_{p\wedge\Gamma} \int_{R^n} p^\alpha d\sigma_x$, $\frac{1}{n-1} \leq \alpha$ *и если* $\alpha = n$, $M_n(\Gamma) = inf_{p\wedge\Gamma} \int_{R^n} p^n d\sigma_x . M_n(\Gamma) = \inf_{p\wedge\Gamma} \int_{R^n} p^n d\sigma_x$*–модуль называют конформным ,где* $d\sigma_x = \frac{dx}{(1+|x|^2)^n}$.

Определение 3. *Метрику* p_0 *назовем экстремальной, если для некоторой метрики* $p_0 \wedge \Gamma$ *имеем* $M_\alpha(\Gamma) = \int_{R^n} p_0^\alpha dx$.

Теорема 1. *Экстремальная метрика семейства Г определяется единственным образом (с точностью до значений на множестве n-мерной меры нуль).*

Пример 1. *Пусть* D *есть цилиндрическое кольцо* $x = (r, \varphi, x_3)$: $0 < \varphi < 2\pi, r_1 < r < r_2, 0 < x_3 < H$, *где* (r, φ, x_3)*-цилиндрические координаты в* R^3. *Тогда* $M(\Gamma) = \frac{\pi H}{2(\sqrt{r_2}-\sqrt{r_1})^2}$. *В самом деле, функция*

$$p_0 = \begin{cases} \frac{1+|x|^2}{2(\sqrt{r_2}-\sqrt{r_1})\sqrt{r}}, & x \in D \\ 0, & x \notin D \end{cases} \tag{1}$$

(1) является допустимой и экстремальной метрикой для семейства $\Gamma : \int_\gamma p_0 \frac{dl}{2(\sqrt{r_2}-\sqrt{r_1})\sqrt{r}} = 1$.
Предложение. Если D*-вырожденное кольцо, то в настоящей работе мы доказываем* $M(\Gamma) = \frac{\pi H}{2r_2}$. *В самом деле, используя метрику (1), получаем, что* $\int_D p_0^3 d\sigma_x = \int_D \frac{p_0^3(1+|x|^2)^3}{(1+|x|^2)^3} dx = \frac{\pi H}{2(\sqrt{r_2}-\sqrt{r_1})^2}$.*Устремляя* $r_1 \to 0$ *получаем требуемое.*

Литература

1. А.В.Сычев Модули и пространственные квазиконформные отображения. Новосибирск: Наука, 1983.
2. В.Г. Кановей, В.А. Любецкий.Современная теория множеств: борелевские и проективные множества.-МЦНМО,2010.

СЕКЦИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Методика расчета среднего времени работы резервирования системы при использовании оптимальной стратегии

Абдурасулзода Д., Губин В.Н.

Томский Государственный Университет
e-mail: dilshod.abdurasulzoda@mail.ru

Пусть имеется система, состоящая из $r-m$ неизвестных элементов, соединенных последовательно, причем для исправной работы системы включено не менее m исправных элементов. Система работает в течение интервала времени $(0, T)$. Интервалы между моментами проверок предполагаются равными, т.е.

$$\Delta = t_{k+1} - t_k, k = \overline{0, N-1}. \tag{1}$$

Пусть p - это вероятность безотказной работы систем и q - вероятность отказа. Пусть $k_0(r, n)$ - оптимальное значение функции $k(r, n)$, при котором достигается максимум вероятности безотказной работы системы за n шагов. Рассматриваются события такого вида: на промежутке $(0, T)$ из строя вышло i - элементов на первом шаге и обозначим за A_i. Вероятность события A_i вычисляется по схеме Бернули, т.е. $P(A_i) = C_k^i p^{k-i} q^i$.

Для нахождения среднего времени работы системы нужно вычислить математическое ожидание:

$$\overline{T}(r, k) = ET = \sum_{i=0}^{k-m} E(T/A_i) C_k^i p^{k-i} q^i \tag{2}$$

Очевидно, что $T(k_0(r, n), r) = max_{m \le k \le r} T(k, r)$.

Данная задача была сформулирована в частном случае при m=2. Тогда выражение (2) примет вид

$$\overline{T}(r, k) = \sum_{i=0}^{k-2} C_k^i p^{k-i} q^i \tag{3}$$

Литература

1. Алексеев О.Г. Об одной задаче оптимального резервирования // Изв. АН СССР. Сер. Техническая кибернетика. – 1967. – № 1. – С. 44-47.

2. Алексеев О.Г. Об алгоритме оптимального резервирования аппаратуры // Изв. АН СССР. Сер. Техническая кибернетика. – 1967. – № 3.

Применение малых вариационных формул

Борисова Я. В.

Томской государственный университет, Томск
e-mail: borisova_yana@list.ru

Пусть S - множество отображений $f : \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\} \to \mathbb{C}$, где f - голоморфно и однолистно, с нормировкой $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$. Одним из основных методов решения экстремальных задач в классе S является метод внутренних вариаций.

В работе, используя ряд малых вариационных формул, исследуются граничные отображения множества значений известной задачи о кривизне линии уровня в классе S $[1, 2]$.

Литература

1. Александров И. А. Проблема оценки кривизны линий уровня при конформных отображениях круга/ И. А. Александров, С. А. Копанев// Вестн. Томского гос. ун-та. Математика и механика. – 2013. – Вып. 6(26). – С. 5-17.
2. Полиа Г. Задачи и теоремы из анализа/ Г. Полиа, Г. Сегё. – М. : Наука, 1978. – 392 с.

Случай интегрируемости формулы типа Кристоффеля-Шварца

Борькина Э. Б., Копанева Л. С.

Томский государственный университет
e-mail: elya.borkina@gmail.com

С помощью формулы типа формулы Кристоффеля-Шварца для отображений из класса $X_{2\pi}$, множеством значений которых является счетноугольник, получают отображения в интегральном виде.

Определение 1. *Множество всех голоморфных и однолистных в верхней полуплоскости* $\Pi^+ = \{z \in C : \Im z > 0\}$ *отображений* $f : \Pi^+ \to C_w$ *таких, что: 1) область* $f(\Pi^+) = D$ *есть односвязная область с симметрией переноса вдоль вещественной оси на* 2π *типа полуплоскости; 2)* $f(z + 2\pi k) = f(z) + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; *3)* $\lim\limits_{\Im z \Rightarrow +\infty} \big(f(z) - z\big) = 0$, *где* $\Im z > 0$, *будем называть классом* $X_{2\pi}$.

Определение 2. *Односвязную область с симметрией переноса вдоль вещественной оси типа полуплоскости, граница которой состоит из отрезков и лучей, причем при движении по границе от точки* w_0 *до точки* $w_0 + 2\pi$ *их должно быть конечное число, будем называть счетноугольником.*

Теорема 1. *Для отображения f из класса* $X_{2\pi}$*, переводящего верхнюю полуплоскость в счетноугольник, имеет место формула (типа формулы Кристоффеля-Шварца)*

$$f(z) = C_1 \int_0^z \prod_{k=1}^{n} \left(\sin \frac{a_k^0 - \xi}{2}\right)^{\alpha_k - 1} d\xi + C_2,$$

где C_1 *и* C_2 *– комплексные постоянные,* $a_k^0 \in [0, 2\pi)$ *– прообразы вершин счетноугольника с углами* $\alpha_k \pi$.

Получен пример отображения верхней полуплоскости на верхнюю полуплоскость с исключенными равнобедренными прямоугольными треугольниками.

Литература

1. Александров И.А. Конформные отображения полуплоскости на области с симметрией переноса // Известия ВУЗов. Математика. – No 6(445). – 1999. – С.15-18.
2. Копанев С.А. Формула типа формулы Кристоффеля – Шварца для счетноугольника / С.А. Копанев, Л.С. Копанева // Вестник ТГУ. – No 280. – 2003. – С.52-54

СЕКЦИЯ

ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ: ФИЗИЧЕСКОЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Экспериментальное исследование процесса тления природных частиц в потоке воздуха

Ромащенко В.А., Фатеев В.Н.

Томский Государственный Университет
e-mail: romashenko.vlada7@mail.ru

В лесах во время пожара образуются горящие и тлеющие частицы переносимые конвективной колонкой фронта пожара и ветром. Данные частицы могут образовывать новые очаги горения напочвенного покрова. Поэтому, необходимо изучить процесс горения и тления таких частиц. В связи с этим, был проведен лабораторный эксперимент моделирующий перенос таких частиц нагретым потоком газа.

В ходе эксперимента было установлено, что с ростом скорости ветра и размера частицы, расстояние, пройденное ей, увеличивается и может достигать 400 м. Таким образом, при разработке нормативов по созданию зон безопасности от воздействия низового лесного пожара необходимо принимать во внимание найденные расстояния.

Полученные результаты могут быть использованы при создании новых правил и стандартов для строительства объектов на природно-урбанизированных территориях с целью снижения риска воспламенения в случае воздействия горящих частиц.

Литература

1. D. P. Kasymov, A. I. Filkov, D. A. Baydarov, O. V. Sharypov Interaction of smoldering branches and pine bark firebrands with fuel bed at different ambient conditions // Proc. SPIE 10035, 22nd International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics, 100356H (November 29, 2016); doi:10.1117/12.2249083.

2. Tse S.D., Fernandez-Pello A.C. On the flight paths of metal particles and embers generated by power lines in high winds - a potential source of wildland fires. Fire Safety Journal. 1998. V.30(4). Pp. 333-356.

Оценка влияния пористости на проницаемость среды

Москвитина П. И., Сидоренко Ю. Н.

ТГУ, г. Томск
e-mail: clubcmail.ru@mail.ru

Исследования характеристик пористых сред являются актуальными в связи с тем, что во многих технических приложениях встречаются проблемы связанные с их использованием. Примерами таких проблем могут служить приживление пористых имплантатов, уплотнение композитов, нефтедобыча и другие. Одной из важных характеристик пористой среды является проницаемость, которая определяет интенсивность переноса сквозь пористую среду заполняющего её вещества. Проницаемость в качестве параметра входит во многие законы течения вязких жидкостей в пористых средах [1].

Для описания проницаемой среды предлагается использовать геометрическую модель некоторого её объема, в которой реальная пористая структура заменяется её идеализированным представлением. Полагается, что основными элементами структуры пористой проницаемой среды являются, во-первых, поры, во-вторых, межпоровые каналы. При этом в рамках разрабатываемой модели межпоровые каналы рассматриваются прежде всего как функциональные, а не структурообразующие элементы среды. Для описания проницаемой среды предлагается использовать геометрическую модель некоторого её объема, в которой реальная пористая структура заменяется её идеализированным представлением. Полагается, что основными элементами структуры пористой проницаемой среды являются поры и межпоровые каналы. При этом в рамках разрабатываемой модели межпоровые каналы рассматриваются прежде всего как функциональные, а не структурообразующие элементы среды.

На основе предложенной модели исследована зависимость проницаемости среды от её пористости. Как следует из полученных результатов, данная зависимость является практически линейной.

Литература

1. Maloy K. J., Feder J., Jossang T. Viscous fingering fractals in porous media // Phys. Rev.Lett. 1985. V. 55, N 24. P. 2688–2691.

Численное решение задачи о распространении косого скачка уплотнения в криволинейной области *

Перчаткина Е. В.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: perchatkinae@mail.ru

В данной работе решается задача о распространении косого скачка уплотнения в двумерных криволинейных областях, таких как конфузор и диффузор, которые являются элементами ГПВРД.

Для получения численного решения уравнений газовой динамики реализована разностная схема [1] с использованием расчета потоков по методу Ван Лира [3] первого порядка аппроксимации по пространству и времени.

Приведена форма записи потоков уравнений газовой динамики в неподвижной криволинейной системе координат, позволяющая вычислять потоки на гранях ячеек разностной сетки по методу Ван Лира [2].

Верификация результатов расчета выполнена на примере решения задачи о распространении косого скачка уплотнения в прямоугольной области [4].

Изучены особенности распространения косого скачка уплотнения в конфузорной и диффузорной областях для разных углов раствора.

Литература

1. Численное решение многомерных задач газовой динамики /под ред. С.К. Годунова. М.: Наука, 1976.
2. Van Leer B. Flux–Vector Splitting for the Euler Equation // Lecture Notes in Physics. 1982. V. 170. P. 507 - 512.
3. Кисарова С. Ю. Математическое моделирование нестационарных газодинамических процессов, сопряженного теплообмена и воспламенения конденсированных веществ в каналах сложной формы: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Ижевск, 1995.
4. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1991. Т. 1.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания №9.9625.2017/БЧ.

О равновесии контактирующих пластины и балок при наличии трещин *

Фурцев А. И.

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
e-mail: al.furtsev@mail.ru

Актуальность математического исследования задач о равновесии контактирующих тел диктуется их важностью с точки зрения приложений. К примеру, широко используемые в практике композитные материалы состоят из связующей матрицы и армирующих элементов с четкой границей раздела, притом функционирование композитов представляет собой взаимодействие матрицы и арматуры. При рассмотрении этого взаимодействия во многих случаях возникают задачи о контакте упругих тел.

В зоне контакта тел могут находиться трещины. Тогда описывающие контакт краевые задачи характеризуются наличием негладких границ. Краевые условия, задаваемые на множестве контакта, представляют собой равенства и неравенства. В связи со сказанным, при изучении задач равновесия имеются трудности.

Доклад посвящен задаче о контакте упругой пластины и двух упругих балок. В естественном состоянии пластина и балки соприкасаются. Одновременно, в зоне контакта возможен разрыв перемещений контактирующих тел (трещина). Так, одна из балок (препятствие) отслаивается от пластины, и, помимо этого, в пластине содержится разрез. Множество точек, в которых происходит разрыв перемещений, заранее не известно и определяется после решения задачи.

Приводится постановка задачи равновесия в виде краевой задачи, а также слабые формулировки в виде задачи минимизации энергии и вариационного неравенства. Основным результатом является доказательство однозначной разрешимости задачи равновесия в функциональных пространствах Соболева.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук, проект, МК-5173.2016.1.

Математическое моделирование турбулентных пламен

Луценко А.В., Лобода Е.Л.

Томский Государственный Университет
e-mail:tatakris1@gmail.com

Физико-химические процессы, связанные с горением и распространением пламени в технологических устройствах и при природных пожарах, реализуются в условиях турбулентности. Турбулентное горение – нестационарный процесс турбулентного смешения продуктов сгорания со свежей смесью и, как следствие, ее воспламенение. В зависимости от масштаба турбулентности и величины турбулентных пульсаций возможен различный механизм горения в турбулентных потоках. Модель объемного горения основана на предположении, что турбулентное пламя по своей структуре не отличается от ламинарного.

В данной работе проводится сравнение результатов экспериментальных исследований по определению масштабов турбулентных вихрей в диффузионных пламенах при помощи термографии с результатами PIV-измерений.

Литература

1. Лобода Е.Л., Рейно В.В., Агафонцев М.В. Выбор спектрального интервала для измерения полей температуры в пламени и регистрации экранированных пламенем высокотемпературных объектов с применением методов ИК-диагностики // Известия вузов. Физика, 2015. № 2. Т. 58. С. 124-128.

Использование метода контрольного объёма для решения задачь фильтрации смеси газов

Хохряков В. К., Диль Д. О.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: vyacheslav_hohryakov@bk.ru

Изучение процессов переноса примесей при фильтрации газов в пористой среде в настоящее время играет важную роль для решения ряда экологических проблем, а также задачах добычи и хранения полезных ископаемых.

В данной работе рассматривается двухмерны пласт с двумя скважинами: нагнетающей и добывающей. Для описания математической модели используется макроскопический метод, в основе которого лежит теория сплошности, для сплошной среды выполняются законы сохранения: закон сохранения массы, закон сохранения количества движений, закон сохранения энергии. [1] Однако законы сохранения выполняются для всех сплошных сред, а свойства сплошных сред могут быть различны. Поэтому для того чтобы задать специфические свойства конкретных сплошных сред, к законам сохранения добавляются определяющие уравнения и законы, которые задают особенности поведения данной среды. В результате объединения законов сохранения и определяющих уравнений, в которых число уравнений равно числу неизвестных функций и которая определяет и задает математическую модель сплошной среды, описывающую конкретные физические процессы.

Численная реализации математической модели основана на использовании метода контрольного объема. Для решения исходной системы дифференциальных уравнений строились дискретные аналоги.

В результате была определенна концентрация на гранях контрольных объёмов и получено распределение давления для различных моментов времени.

Литература

1. Басниев К. С., Кочина И.Н., Максимов В.М., Подземная гидромеханика: Учебник для вузов / К.С.Басниев - М.: "Недра 2006. 36- 45 с.

Мониторинг состояния несущих конструкций обогатительной фабрики под действием вибрационных нагрузок

Турсынханов С. Б.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: tursynkhanov@mail.ru

В обеспечении промышленной безопасности на предприятиях важную роль играет контроль механического состояния конструкции зданий и сооружений различными системами мониторинга.

В данной работе рассматривается разработка гибридной схемы системы мониторинга в которой на основе измеренных параметров решается обратная задача деформирования несущих конструкций сооружения. Результатом решения данной задачи является полная картина напряженно-деформированного состояния объекта мониторинга и возможность анализа контролируемых параметров по всем без исключения элементам конструкции.

Предлагаемая система является развитием системы мониторинга морской причальной конструкции [1]. В качестве объекта мониторинга представлено строящееся промышленное здание фиксированной этажности с габаритными размерами 96x42x38 метров.

Существенным дополнением к ранее реализованной схеме является учет воздействия гармонических вибрационных нагрузок, которые возникают в результате работы мощного производственного оборудования.

В процессе исследования на основе проектной документации построена математическая модель в системе ANSYS и проведен ряд расчетов под действием вибрационных нагрузок оборудования. В результате расчетов выявлено, что значимых резонансных частот оборудований нет, исследовано взаимное влияние различных групп оборудования и предложен метод решения обратной задачи для вибрационных нагрузок, рассмотрены места установки датчиков ускорений.

Литература

1. А.Б. Бовсуновский, В.Г. Бутов, А.А. Кулешов, В.А. Солоненко, А.А. Ящук. Система мониторинга причальной конструкции. // Изв. вузов. Физика. Томск, 2013. №7/3 С.137-139.

Измерение температуры в диффузионных пламенах с применением методов термографии

Климентьев А.С.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: aleksandr.klimentev.96@mail.ru

ПВ работе исследуется, как меняется скорость горения или структура течения в пламени в зависимости от воздействия пульсации на него пульсации давлений с определенной частотой. С одной стороны можно интенсифицировать процесс горения, а с другой стороны можно его замедлить, т.е. эти воздействия приведут к изменению высоты в пламени, или температуры в нем.

В ходе эксперимента исследуется процесс с помощью бесконтактного метода, который позволяет определить мгновенные поля температуры, по ним оценивать структуру процессов горения пламени. Кроме этого, оказывая на пламя воздействие с определенной частой, можно влиять на течение в самом пламени.

С помощью тепловизора записывается излучение пламени в инфракрасном диапазоне. После программное обеспечение тепловизора преобразует записанное изображение в поле температур. Далее мы анализируем полученные результат, работаем непосредственно с полем температур.

Размеры температурных неоднородностей, можно с приемлемой точностью определить по спектру изменения температуры в пламени с использованием простой математической модели, основанной на предположении подобия гидродинамических и термодинамических параметров, что позволяет существенно упростить работу исследователя и отказаться от кропотливой покадровой обработки термограмм.

Литература

1. E.L.Loboda, O.V. Matvienko, V.P. Vavilov, V.V. Reyno, Infrared thermographic evaluation of flame turbulence scale // Infrared Physics and Technology 72 (2015) 1–7.

Коротационная производная Яуманна-Зарембы при моделировании деформирования анизотропных сред

Стребкова Е. А., Кривошеина М. Н, Кобенко С. В.

НИИ ТГУ, Томск
e-mail: KateKS93@mail.ru

Ррассматриваются тензорные меры скоростей изменения напряжений [1] в твёрдых телах, испытывающих большие деформации. При моделировании динамического нагружения анизотропных твердых тел в трехмерной постановке возникает необходимость изменения вида применяемой коротационной производной. Напряженное состояние отдельных элементов разностной сетки корректируется этими производными, если тело движется как жёсткое целое. Изменение вида этой производной в случае трансверсальной симметрии твёрдых тел обусловлено несоответствием равномерного напряженного состояния равномерному деформированному. Потому что в анизотропных твёрдых телах невозможно непосредственно разложить энергию упругой деформации на энергию изменения объёма и энергию изменения формы. Это можно сделать только в особых случаях - при условии равномерного напряженного или равномерного деформированного состояний. Если рассматривать коротационную производную Яуманна-Зарембы, ее запись должна быть сделана с использованием компонент полных напряжений [2], а не с использованием девиаторов напряжений, как это традиционно выполняется при численном моделировании процессов деформации в изотропных твердых телах [3]. В работе на примере коротационной производной Яуманна-Зарембы показано отличие коротационных производных для изотропных и анизотропных (транстропных) твердых тел в трехмерной постановке.

Литература

1. Нигматулин Р. И. Курс лекций по механике сплошных сред. Адрес доступа: http://nigmatulin.ru/faylovyiy-arhiv/2.html (дата обращения 02.03.2016).

2. Коларов Д., Батлов А., Бончева Н. Механика пластических сред / М.: Мир, 1979. — 304 с.

3. Коробейников С. Н. Нелинейное деформирование твёрдых тел / Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. — 262 с.

Численное моделирование фильтрации несжимаемой жидкости в упруго-деформируемом пласте

Задуева С. Г., Диль Д. О.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: zadueva@mail.ru

Составленная программа позволяет получать распределение давления в зависимости от времени, что в дальнейшем помогает анализировать динамику течения жидкости. Полученные расчеты могут быть полезны для разработки месторождения нефти

Данный проект посвящен построению математической модели течения однородной несжимаемой жидкости в упруго-деформируемой пористой среде и ее численной реализации.

Строится математическая модель движения жидкости в пористых средах на основе законов сохранения. Описывается течение в каждом пористом канале, реализуется подход механики сплошной среды, когда вводятся величины, определеяющиеся по некоторому элементарному объему. Для данной системы используется метод контрольных объемов. Решение исходной системы дифференциальных уравнений основывается на дискретных аналогах. Для анализа результатов вычислений используем аналитическое решение.

На основе данных результатов строятся графики распределения давления на скважинах. При сравнении аналитического и численного решения можно предположить, что отклонения не существенны в расчетах не существенны.

Исследование активной системы охлаждения тепловыделяющего элемента в горизонтальном канале *

Астанина М.С., Шеремет М.А.

Томский государственный университет, г. Томск
e-mail: astanina.marina@bk.ru

Способы охлаждения электронных чипов, плат, тепловыделяющих источников и других электронных устройств постоянно совершенствуются вслед за развитием промышленности. Возникает много задач, в ходе которых необходимо моделировать процессы конвективного теплопереноса в различных областях: открытых, полуоткрытых или замкнутых [1]. Интерес к подобным исследованиям объясняется множеством приложений в электронике, теплоэнергетике.

В настоящей работе проводится моделирование процесса конвективного охлаждения тепловыделяющего элемента в открытом горизонтальном канале. Канал заполняется теплопроводной ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Вязкость жидкости считается зависящей от температуры.

Математическая модель построена на основе двумерных нестационарных дифференциальных уравнений в частных производных с использованием безразмерных переменных «функция тока – завихренность – температура».

Анализ результатов проводился по полученным распределениям изолиний функций тока, а также по значениям числа Нуссельта на тепловыделяющем элементе.

Литература

1. Salma Gharbi, Souad Harmand , Sadok Ben Jabrallah. Experimental comparison between different configurations of PCM based heat sinks for cooling electronic components // Applied Thermal Engineering. – 2015. – Vol. 87. – P. 454–462.

*Работа выполнена в рамках реализации государственного задания 13.9724.2017/БЧ

Исследование характеристик тепломассообмена при радиационно-конвективном нагреве затупленного тела с использованием комбинированной тепловой зашиты

Гаар С. А., Якимов А. С., Ефимов К. Н., Овчинников В. А.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, город Томск
e-mail: gaar-94@mail.ru

На основе тепловой модели разрушения теплозащитного покрытия конической части тела дается численный анализ процесса нестационарного тепломассообмена в композиционном материале при многократном импульсном воздействие. При отсутствии плавления пористой сферической части тела получены различные режимы термохимического разрушения углепластика на конической части при воздействии лазерного излучения умеренной интенсивности. Установлено, что в экранировке лазерного излучения продуктами разрушения материала определяющую роль играют газообразные продукты пиролиза, частицы конденсированной фазы и пары углеродного тела.

Влияние подвижной границы на интенсивность испарения жидкости в цилиндрической полости

Кожевников Д. А.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: den_linad@mail.ru

Повышенные требования к хранению и транспортировке больших объемов летучих жидкостей в химической, пищевой и автомобильной промышленности отражают необходимость детального изучения процесса испарения таких сред в случае полной или частичной разгерметизации резервуара в условиях теплового взаимодействия с окружающей средой [2].

Целью настоящей работы является численный анализ процесса испарения летучей жидкости, находящейся в цилиндрической емкости, при наличии свободной поверхности. Граница раздела сред "жидкость-газ" является подвижной за счет слабоинтенсивного испарения жидкости. Планируется провести исследования в широком диапазоне изменения определяющих параметров.

Краевая задача формулируется в безразмерных преобразованных переменных "функция тока – завихренность – температура"в цилиндрических координатах в условиях осевой симметрии. Движение и теплоперенос внутри емкости описываются на основе нестационарных уравнений Обербека–Буссинеска в двумерном приближении. На свободной границе учитывается влияние капиллярных сил. Сформулированная краевая задача решается методом конечных разностей с использованием разностных схем второго порядка точности [3].

Литература

1. Benbrik A., Blay D. Laminar natural convection flow in a cylindrical cavity application tothe storage of LNG // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2010. – Vol. 71. – P. 126–132.
2. Шеремет М.А. Сопряженные задачи естественной конвекции. Замкнутые области с локальными источниками тепловыделения. – Берлин: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – 176 с.

Разделение частиц высокомолекулярного углерода электрическим полем

Ахметов И. Р., Бубенчиков А. М.

Томский государственный университет
e-mail: ilnur1419@gmail.com

Целью научной работы является разделение аэровзвеси из частиц высокомолекулярного углерода на фракции фуллеренов, нанотрубок, графенов, наноалмазов и аморфного углерода под действием гравитации и электрического поля. Предложенный метод отличается простотой в реализации, в отличие от существующих способов.

Для решения задачи взято общее векторное уравнение движения заряженной наночастицы [1], находящейся в гравитационном и электрическом полях:

$$M\frac{d\overrightarrow{u}}{dt} = -\gamma\overrightarrow{u} + M\overrightarrow{g} + \overrightarrow{E}q \tag{1}$$

где: M – масса частицы, u – скорость, ? – коэффициент сопротивления, g – ускорение силы тяжести, E – напряженность электрического поля, q – заряд частицы.

С помощью уравнения(1) посчитано, что масса и заряд поверхностных частиц пропорциональны их площади и все поверхностные частицы в электрогравитационном поле будут падать под определенным углом.

$$k = \frac{Mg}{qE} \tag{2}$$

Угол падения аморфных частиц будет различным, в зависимости от массовой доли поверхностных фрагментов.

Дополнительно найден сектор рассеивания частиц на подложке электрогравитационной камеры.

Литература

1. 1. Potekaev, A.I., Bubenchikov, A.M., Bubenchikov, M.A. New Physical Ideas and Method of Description and Calculation of Resistance to Motion of Small Particles in a Gaseous Medium // Russian Physics Journal, 2013, Vol 55 (12), Pp 1434-1443

Смешанная конвекция и поверхностное излучение в прямоугольной полости с локальным источником энергии

Носонов И. И.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: nosonov_94@mail.ru

Всестороннее исследование режимов конвекции и теплового излучения является актуальной задачей теплообмена, поскольку эти режимы очень часто реализуются совместно в различных технических и природных системах. В связи с тем, что все ограждающие поверхности имеют ненулевой и отличный от единицы коэффициент излучения, вклад переизлучения от стенок может существенно изменить тепловой баланс объекта [1]. Подробное теоретическое описание особенностей радиационного теплообмена представлено в работах [1, 2].

Целью настоящего исследования является изучение совместного влияния теплового излучения и смешанной конвекции на режимы теплопереноса внутри открытой прямоугольной полости с теплопроводными стенками и при наличии локального изотермического участка. Источник энергии расположен вертикально на внутренней поверхности теплопроводной стенки. Все стенки считаются диффузно-серыми. Математическая модель, сформулированная в преобразованных переменных «функция тока –завихренность», реализована численно методом конечных разностей. Следует отметить, что анализ радиационного теплообмена проведен с использованием метода сальдо в варианте Поляка. Считалось также, что отраженное излучение от поверхностей является диффузным и равномерно распределенным по каждой стенке области решения. В результате установлена интенсификация теплообмена с ростом коэффициента излучения поверхностей.

Литература

1. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. – М.: Мир, 1975. – 935 с.
2. Modest M.F. Radiative heat transfer. – New York: Academic Press, 2003. – 822 p.

Обтекание макета здания свободным потоком при наличии различных источников тепловыделения

Алексеенко Е. М., Гольдин В. Д., Пахомов Ф. М.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: osh@mail.tsu.ru

Природные пожары по-прежнему остаются актуальной проблемой во всем мире. Пожары в непосредственной близости с жилыми постройками являются наиболее опасными для жизни и здоровья людей. Поэтому вопросы, связанные с поведением газодинамических параметров набегающего потока на жилые постройки при наличии природного пожара, расположенного рядом с ними, представляют наибольший интерес [1, 2].

В данной работе расчеты газодинамических параметров двумерного набегающего потока вокруг макета жилого строения при наличии пожара производились в пакете FLUENT с помощью $\kappa - \xi$ – модели. Очаг пожара моделировался заданием температуры поверхности, равной температуре горения. Получены картины поведения скорости набегающего потока, температуры, давления.

Литература

1. Алексеенко Е.М., Пахомов Ф.М., Шелестов А.А. Влияние источников тепломассовыделения ("пожара") на дозвуковое обтекание макета здания // Всероссийская молодежная научная конференция «Все грани математики и механики», 25-29 апреля 2016 г.

2. Алексеенко Е.М., Пахомов Ф.М. Исследование макета здания с учетом источников тепломассовыделения // Материалы XX Всероссийской научной конференции с международным участием "Сопряженные задачи механики реагирующих сред, информатики и экологии 21-23 сентября, 2016 г., Томск, http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000548592

Влияние кавитации на дисковый завихритель для перемешивания расплавленного алюминия и частиц модификатора

Тохметова А. Б., Хмелева М. Г.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: aiko050294@mail.ru

В данной работе исследуются режимы работы перемешивающего устройства, при которых в расплавленном алюминии под действием дискового завихрителя возникает гидродинамическая кавитация. Дисковый завихритель выполнен в виде трех перфорированных дисков с размещёнными на них штифтами [1].

Как показывают эксперименты, при работе завихрителя в течение 5 минут в расплавленном алюминии при температуре 750°C и частоте вращения 2500 об/мин, края диска завихрителя «разъедаются». Учитывая, что температура плавления титана, из которого выполнен завихритель, 1670°C, температурное воздействие расплавленного алюминия не может являться причиной разрушения завихрителя. Структура поверхности дискового завихрителя типична для поверхности, испытавшей кавитационное воздействие.

Известно, что кавитация возникает при течении жидкости вокруг плохо обтекаемых тел, когда статическое давление в жидкости меньшее парциального давления насыщенных паров и растворенных газов и характеризуется числом кавитации [2–4].

Приводится оценка числа кавитации для различных скоростей вращения и размеров завихрителя.

Литература

1. Ворожцов А.Б., Архипов В.А., Шрагер Э.Р. и др. Устройство для смешения жидкостей и порошков с жидкостью: заявка на патент № 2016130836 РФ. – Заявлено 26.07.2016.
2. Ефимов В.А., Эльдарханов А.С. Технологии современной металлургии. М.: Новые технологии, 2004.
3. Кнэпп Р., Дейли Дж., Хэммит Ф. Кавитация. М.: Мир, 1974.
4. Справочник химика/ под. ред. Б.П. Никольского. М.-Л: Химия, 1982.

Статистическое моделирование распространения солнечного излучения от неламбертовской земной поверхности

Татаринцева К.О., Тарасенков М.В.

Томский Государственный Университет
Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, г. Томск
e-mail:cool.kristina1995@mail.ru

Для решения широкого круга задач, таких как, задача определения состояния лесов, водных акваторий, сельскохозяйственных угодий, прогнозирования погоды и климата необходима информация о спектральном ходе коэффициента отражения земной поверхности для рассматриваемого участка. Наиболее универсальным средством получения этой информации являются спутниковые данные. Для получения качественной спутниковой информации необходимо выполнять устранение атмосферных искажений или атмосферную коррекцию.

Был разработан алгоритм атмосферной коррекции, учитывающий основные факторы, определяющие перенос излучения. В алгоритме предполагается, что земная поверхность является ламбертовской. Однако реальные поверхности могут значительно отличаться от ламбертовских поверхностей. Поэтому становится актуальной задача оценки влияния неламбертовости земной поверхности на принимаемое спутником излучение. Для решения задачи необходимо построить программу расчета диаграммы отражения земной поверхности при освещении ее Солнцем и при освещении поверхности отраженным излучением.

На данном этапе создана и оттестирована программа расчета диаграммы отражения земной поверхности при освещении Земли Солнцем. Расчеты в программе выполняются методом Монте-Карло с сопряженными траекториями. Результаты расчетов показываю значительное отличие диаграмм отражения от ламбертовской при больших зенитных углах Солнца.

Литература

1. Тарасенков М.В., Белов В.В. Комплекс программ восстановления отражательных свойств земной поверхности в видимом и УФ-диапазонах. // Оптика атмосферы и океана. 2014. Т. 27. № 07. С. 622-627.

СЕКЦИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Численное решение двумерных уравнений газовой динамики с подвижными границами на неподвижной вычислительной сетке на примере задач внутренней баллистики РДТТ *

Кирюшкин А. Е.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: sashakir94@mail.ru

Математическая постановка задачи внутренней баллистики ракетного двигателя на твердом топливе (РДТТ) на всем участке работы включает в себя подвижные границы прогорающего топлива. Найти аналитическое решение для данных задач не представляется возможным, поэтому для проведения расчетов применяют численные методы.

Обратный метод Лакса-Вендроффа был разработан Шу, позволяющий решать задачи с произвольными границами и движущимися стенками на неподвижной декартовой сетке с произвольным порядком точности по времени и пространству. [1].

В данной работе был разработан алгоритм для отслеживания горящей поверхности топлива с течением времени на основе обратного метода Лакса-Вендроффа, а граница, изменяющаяся со временем, на декартовой сетке задается неявно в виде нулевого уровня некоторой функции [2].

В качестве примера была решена задача для заряда щелевого типа на всем участке его работы. Для различных моментов времени получены форма поверхности горящей шашки, а также распределение параметров течения в камере и сопле.

Литература

1. Tan S. Inverse Lax-Wendroff Procedure for Numerical Boundary Conditions of Conservation Laws / S. Tan, C.-W. Shu // Journal of Computational Physics. – 2010. – V. 229(21). – P. 8144 – 8166.
2. Osher S. Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces / S. Osher, R. Fedkiw – NY : Springer, 2003. – 273 p.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания №9.9625.2017/БЧ.

Расчет невязкого сверхзвукового обтекания затупленных тел

Давыдова Ю. А., Гольдин В. Д.

ТГУ, Томск
e-mail: kawade@mail.ru

В настоящей работе рассматривается обтекание затупленного тела сверхзвуковым потоком невязкого газа. Такие задачи возникают при проектировании самолетов, ракет, реактивных двигателей и т.п.

При сверхзвуковом обтекании перед телом возникает ударная волна. Течение между поверхностью тела и ударной волной называется ударным слоем. Целью исследования является нахождение всех параметров течения в ударном слое.

Для численного решения уравнений Эйлера используется метод С. К. Годунова , основанный на использовании процедуры распада произвольного разрыва [1, 2] .

Для тестирования программы расчета проводится сравнение полученных результатов с данными работы [3] .

Исследуется скорость сходимости процесса установления при различных значениях определяющих параметров, а также влияние способа задания начальных полей неизвестных функций. При рассмотрении тела, движущегося с переменной скоростью, обсуждается вопрос влияния выбора сценария расчета на время решения задачи.

Литература

1. Годунов С. К., Забродин А. В. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – Изд-во «Наука», М., 1976.
2. Антонов В. А., Гольдин В. Д., Пахомов Ф. М. Аэродинамика тел со вдувом. – Томск: Изд-во Том.ун-та, 1990.
3. Любимов А. Н., Русанов В. В., Течения газа около тупых тел – Изд-во «Наука», М., 1970.

Применение производящих функций и Wolfram Mathematica в теории чисел

Пчёлкина Д. Е., Зюзьков В. М.

ТГУ, Томск
e-mail: pchyolkina1993@mail.ru

В комбинаторике и теории чисел часто используется аппарат призводящих функций для получения новых результатов [1, 2].

Определение 1. *Пусть* $< a_0, a_1, a_2, \cdots >$ *- произвольная (бесконечная) последовательность вещественных чисел. Тогда функция*

$$g(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + ... + a_n z^n + ... \qquad (1)$$

называется производящей функцией для последовательности $\{a_n\}$.

В языке Wolfram Mathematica существует встроенная функция GeneratingFunction, вычисляющая производящие функции [3].

В работе с помощью указанной функции были получены несколько тождеств для биномиальных коэффициентов и чисел Фибоначчи.

Литература

1. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика: Пер. с англ. - М.: Мир, 1998. – 703с.
2. Деза Е.И. Специальные числа натурального ряда: Учебное пособие. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011. – 240 с.
3. Wolfram Mathematica [Электронный ресурс]. - URL:http://www.wolfram.com/mathematica(дата обращения 11.04.2017)

Стеганография и криптография с помощью системы Mathematica

Лаевский В. М.

ТГУ, Томск
e-mail: vladimirml95@gmail.com

Определение 1. *Стеганография - наука, которая изучает способы и методы скрытия конфиденциальных сведений. [1]*

Наиболее распространенный метод сокрытия текстовых сообщений в неподвижных изображениях – метод наименее значащего бита (НЗБ, LSB – Least Significant Bit). Суть метода заключается во встраивании информации путем замены менее значащих битов пикселей изображения битами секретного изображения. В большинстве случаев человек не способен заметить изменений в этом бите. Данный метод пользуется большой популярностью. Это обусловлено его простотой и возможностью скрывать в относительно небольших изображениях достаточно большие объемы текстовых сообщений. Зачастую метод работает с растровыми изображениями без сжатия.

Определение 2. *Криптография – наука о способах преобразования (шифрования) информации с целью ее защиты от незаконных пользователей. [2]*

Один из криптографических алгоритмов с открытым ключом – алгоритм RSA. Этот алгоритм основывается на вычислительной сложности задачи факторизации больших целых чисел. Для шифрования используется простая операция возведения в степень по модулю n. Для расшифрования же необходимо вычислить функцию Эйлера $\varphi(n)$, разложив число n на простые множители.

В работе демонстрируется, как используя систему Mathematica, можно осуществить стеганографию и полностью реализовать систему шифрования RSA.

Литература

1. Конахович Г.Ф., Пузыренко А.Ю. Компьютерная стеганография. Теория и практика. - К.: "МК-Пресс" 2006. - 288 с., ил.
2. Ященко В.В. Введение в криптографию. - М.: МЦНМО: "ЧеРо" 2000. - 3-е изд., доп. - 288 с.

Исследование математической модели "хищник-жертва"с учётом внутривидовой конкуренции и ареала обитания

Чу А. Р., Михайлов М. Д.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: chu.antoniy@gmail.com

Рассматривается модификация математической модели "хищник-жертва" Базыкина-Свирежева [1] с учётом внутривидовой конкуренции и ареала обитания:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = D_u \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u - uv - c_1 u^2, \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} = D_v \dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \gamma v + uv - c_2 v^2, \\ u(0) = u_0, \\ v(0) = v_0. \end{cases}$$

Для обеспечения устойчивости процессов, описываемых данной моделью, использовались значения параметров, полученных в [2]. Численная реализация модели осуществлялась с помощью неявной разностной схемы. Проводится анализ результатов рассчётов, представленных в виде графиков динамики численности популяций.

Литература

1. Базыкин А. Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. Москва-Ижевск: Институт компьютерных технологий, 2003. — С. 225-238.

2. Чу А. Р., Михайлов М. Д. Исследование математической модели "хищник-жертва"с учётом внутривидовой конкуренции // Всероссийская молодежная научная конференция «Все грани математики и механики» : сборник статей / под редакцией А.В. Старченко.- Томск : Издательский Дом Томского государственного университета, 2016. - С. 118-124.

Численное решение задачи Римана для газодисперсной среды *

Гольдина Н. В.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: alche0809@mail.ru

В данной работе получено численное решение одномерной задачи Римана для газодисперсной среды на основе подхода взаимопроникающих континуумов [1] в приближении малости объемной доли твердой фазы.

Численное решение задачи построено с использованием конечно-разностной схемы с привлечением метода Ван Лира [3] для нахождения потоков газа и метода распада разрыва в среде лишенной собственного давления [2] для нахождения потоков частиц на гранях ячеек. Правые части уравнений, описывающие динамическое и тепловое взаимодействие газа и частиц, определялись на верхнем временном слое.

Проведено сравнение численных решений одномерной задачи Римана для газодисперсной среды и чистого газа с эффективным показателем адиабаты. Определен размер частиц, при котором решения задачи Римана для газодисперсной среды и чистого газа с эффективным показателем адиабаты совпадают.

Обсуждается влияние размеров частиц и массовой доли частиц на решение задачи Римана для газодисперсной среды.

Литература

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т. 1.
2. Van Leer B. Flux–Vector Splitting for the Euler Equation // Lecture Notes in Physics. 1982. V. 170. P. 507 – 512.
3. Крайко А.Н. О поверхностях разрыва в среде, лишенной собственного давления // Прикладная математика и механика. 1979. Т. 43. № 3. С. 500 - 510.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания №9.9625.2017/БЧ.

Схема «Ромб» численного решения двумерной задачи теплопроводности в многослойном теле

Христенко Е. А.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск
e-mail: ofmepan@gmail.com

В данной работе рассматривается конечно-разностный метод решения двумерной задачи теплопроводности в многослойном теле на неортогональных сетках. Для аппроксимации уравнения и граничных условий применяется схема «Ромб», обобщенная на двумерный случай [1]. Аппроксимация строится в рамках одной ячейки, что важно при использовании неравномерных косоугольных ячеек. Схема позволяет рассчитывать температуру и тепловой поток и, таким образом, не требует аппроксимации производных в граничных условиях.Вычисление коэффициентов теплопроводности производится в середине ячейки, тем самым снимается вопрос об усреднении коэффициентов на границах сред.

Для решения системы разностных уравнений был использован метод расщепления со стабилизирующей поправкой Дугласа - Рэкфорда [2].

Литература

1. Гаджиев А. Д., Писарев В. Н., Шестаков А. А. Метод расчета двумерных задач теплопроводности на неортогональных сетках. – Журнал вычислительной математики и математической физики, 1982, т. 22, №2. С. 339 – 347.

2. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. – Новосибирск: Наука, 1967. – 197 с.

Математическое моделирование процесса теплообмена между двумя телами с различными теплофизическими свойствами *

Лещинский Д. В., Данилкин Е. А.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: 360flip182@gmail.com

В работе будет представлено численное решение задачи о распространении тепла при контактном взаимодействии стальной балки, нагретой до температуры 1500 °C, с поверхностью земли, имеющей температуру 20 °C. С течением времени балка будет остывать, передавая тепло поверхности земли и воздуху. Задача решается в двумерной постановке, процесс теплообмена описывается уравнением теплопроводности с заданными начальными и граничными условиями.

Численное решение поставленной задачи выполнено с использованием метода конечных разностей на неравномерной декартовой сетке. Для решения использовано явное разностное представление уравнения теплопроводности. Область исследования была разбита на две части осью симметрии, и численное решение выполнялось лишь для половины области. Разработка программной реализации поставленной задачи выполнена на языке программирования C++ с использованием библиотеки MPI и одномерной геометрической декомпозиции для распараллеливания программы [1].

Для проверки корректности работы построенной математической модели и численного метода ее решения проведено сравнение результатов расчета, полученных по данной модели, с результатами аналогичного расчета, выполненного в программе ANSYS Fluent. Сравнение показало хорошее качественное и количественное совпадение результатов.

Литература

1. Старченко А. В., Берцун В. Н. Методы параллельных вычислений. / Томск: ТГУ, 2013. — 225 с.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1723.2017.5

Математическое моделирование безгазового горения образца кольцеобразной формы

Худякова Т.И., Прокофьев В.Г.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: tai_hudikova@mail.ru

В экспериментальных исследованиях [1] и численном моделировании [2] неустойчивого горения безгазовых систем обнаружены и классифицированы различные режимы движения фронта химического превращения. К их числу относятся, так называемые, спиновые режимы, характерная особенность которых один или несколько очагов – высокотемпературных областей, вращающихся вокруг оси симметрии. Количество очагов и направление их вращения может быть различным. В рамках двумерной модели твердопламенного горения выполнено численное исследование влияния условий зажигания на неустойчивые режимы горения плоского образца кольцеобразной формы. Показано, что условия зажигания в области неустойчивости фронта горения определяют количество и траектории движения очагов самораспространяющейся зоны горения. При однородном распределении температуры на внутренней границе образца кольцеобразной формы фронт горения сохраняет форму расширяющегося по времени кольца.

Литература

1. Максимов Ю. М., Лапшин О. В. Особенности неустойчивого горения плоских образцов системы Ti+2B+ αCu. // Хим. физика. — 2015. — Т.34, N11. — С. 50-54.
2. Ивлева Т.П. Нестационарные режимы твердопламенного горения диска // Докл. АН. – 2004. – Т. 394, № 4. – С.489-493.

Верификация модели промерзания и оттаивания грунта с использованием данных метеостанций *

Алипова К. А.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск
e-mail: aka@math.tsu.ru

В работе проводится исследование математической модели промерзания и оттаивания грунта [1,2]. Для тестирования модели были выбраны данные с нескольких метеостанций в США.

В данной работе проведено исследование модели промерзания грунта для всего 2016 года. Было проведено сравнение результатов расчетов по математической модели при заданных граничных условиях с реальными данными измерений температуры почвы. Данное сравнение показало хорошее качественное и количественное совпадение численных расчетов и прямых данных измерений, среднее и среднеквадратичное отклонение для всех метеостанций составило менее 1^{o}C. Для задания нижнего граничного условия была использована формула [3], приближенно описывающая температуру грунта на заданной глубине в зависимости от среднегодовой температуры и времени года.

Литература

1. Алипова К.А., Богословский Н.Н. Задача Стефана для уравнения теплопроводности // Всероссийская молодежная конференция «Все грани математики и механики»: сборник статей / под ред. А.В. Старченко. Томск : Издательский Дом Томского государственного университета, 2016. С. 92 – 99.
2. Алипова К.А. Сравнение двух численных методов решения задачи Стефана // Материалы XVII Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию. г. Новосибирск, Россия, 30 октября – 3 ноября 2016 г. Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2016. С. 26.
3. Florides G., Kalogirou S. Annual ground temperature measurements at various depths // Proceedings of CLIMA 2005, Lausanne, Switzerland. 2005.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Администрации Томской области в рамках научного проекта № 16-41-700178 р_а.

Математическое моделирование процессов биологической очистки сточных вод на примере модели Халдейна

Хуторная А. И.

ТГУ, Томск
e-mail: anas-kh@yandex.ru

Модель Халдейна применяется при высоких концентрациях субстрата, так как более точно описывает кинетику процесса очищения. Математически модель представляет собой систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = \frac{\mu_m L X}{K_L + L + \frac{L^2}{K_i}}; \\ \frac{dL}{dt} = -\frac{1}{Y} \frac{\mu_m L X}{K_L + L + \frac{L^2}{K_i}} \end{cases}$$

с начальными условиями: $X_0 = 0.3$ мг/л, $L_0 = 1.5$ мг/л,
где μ_m - максимальная удельная скорость роста микроорганизмов; X - биомасса микроорганизмов; L - концентрация субстрата; K_L - константа полунасыщения, равная концентрации субстрата; Y - коэффициент трансформации субстрата в биомассу, или экономический коэффициент; K_i - константа ингибирования.

Численная реализация осуществляется с помощью явного метода Эйлера [2]. Результаты расчетов представлены в виде графиков.

Литература

1. Вавилин В.А. Нелинейные модели биологической очистки и процессов самоочищении в реках. -М.:Наука, 1983. - 156 с.
2. Меркулова Н.Н., Михайлов М.Д. Методы приближенных вычислений.-Томск: изд-во ТГУ, ч.2, 2007.-287 с.

Исследование клеточных автоматов с помощью Mathematica

Жуматаев А.М.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: anarbek130896@gmail.com

В работе рассматриваются двумерные клеточные автоматы, с помощью которых моделируются распространение пожара и развитие эпидемии. Используя Wolfram Mathematica, созданы программы в формате CDF, демонстрирующие поведение указанных клеточных автоматов. Показывается, что эволюция клеточных автоматов во многом определяется начальными условиями и с их помощью можно получать различные шаблоны поведения и конечные результаты.

Литература

1. 1. Зюзьков В. М. Синергетика для программистов. – Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. –2001,194 с.
2. 2. Stephen W. A New Kind of Science. Wolfram Media. – 2002, 1280 с.

Математическая модель динамики численности популяции, учитывающая половой фактор

Бледнова Е. С.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: coffee_pele@yahoo.com

В настоящее время проблема сохранения редких биологических видов становится все более острой. Это связано с ростом загрязнения окружающей среды, истощением почв, вырубкой лесов, что приводит к изменению среды обитания животных, влечет за собой вымирание и исчезновение различных популяций.

Важно проследить динамику численности популяции с течением времени, чтобы охарактеризовать ее состояние в различные моменты времени. В работе представлены точечная и пространственная математические модели [1], описывающие динамику численности популяции с учетом половой структуры. Исследуется устойчивость процессов, описываемых точечной моделью.

Цель работы состоит в изучении этих моделей с помощью неявных численных методов [2]. Показана сходимость используемых методов к решению исходной дифференциальной задачи. Результаты расчетов на ПЭВМ представлены в виде графиков.

Литература

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Москва: Наука, 1997
2. Меркулова Н.Н., Михайлов М.Д. Разностные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений. Томск, 2014

Математическая модель динамики популяций в задаче "хищник-жертва"с трофической функцией Холлинга

Баханова Ю. П., Михайлов М. Д.

Томский государственный университет, г. Томск
e-mail: j.lie.bak@gmail.com

Рассматривается сообщество "хищник-жертва"на одномерном ареале обитания [0,L]. Модель сообщества представляет собой систему уравнений в частных производных вида: реакция $\to$ адвекция $\to$ диффузия [1]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial N}{\partial t} = rN(1 - \dfrac{N}{K}) - \dfrac{aNP}{1 + ahN} + \delta_N \dfrac{\partial^2 N}{\partial x^2}, \\ \dfrac{\partial P}{\partial t} = e\dfrac{aNP}{1 + ahN} - mP - \dfrac{\partial (Pv)}{\partial x} + \delta_P \dfrac{\partial^2 P}{\partial x^2}, \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} = k\dfrac{\partial N}{\partial x} + \delta_v \dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \end{cases}$$

с соответствующими начальными и граничными условиями. Численная реализация модели осуществлялось с использованием явного метода. Результаты расчетов представлены в виде графиков.

Литература

1. Ю.В.Тютюнов, И.Н.Сенина: Трофическая функция как результат активного пространственного поведения хищника // Проблемы проектирования и управления экономическими системами:инвестиционный аспект. Ростов-на-Дону: РГЭА, 1998. С.132-135.

Математическое моделирование ламинарного течения в начальном участке плоского канала *

Грудович Л. Е., Лещинский Д. В., Данилкин Е. А.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: ugin@math.tsu.ru

Основной целью работы является построение математической модели двумерного ламинарного течения. Математическая модель включает два уравнения движения для горизонтальной и вертикальной компонент скорости и уравнение неразрывности.

Численное решение системы дифференциальных уравнений в частных производных осуществляется на основе метода конечного объема с использованием разнесенной разностной сетки [1]. При дискретизации используются явная аппроксимация по времени, схема против потока для конвективных слагаемых и центрально разностная схема для диффузионных слагаемых. В результате полученный дискретный аналог имеет первый порядок аппроксимации по времени и пространству. Для согласования полей скорости и давления используется метод SIMPLE. Решение СЛАУ для поправки давления осуществляется методом Якоби.

Проверка вычислительного алгоритма проведена на задаче моделирования течения в начальном участке плоского канала при низких числах Рейнольдса. Сравнение показало хорошее качественное и количественное совпадение результатов численного моделирования и аналитического решения.

Литература

1. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с англ. / М: Энергоатомиздат, 1984. — 149 с.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1723.2017.5

Применение кластерных представлений к описанию структуры армирования композитов

Васькина А. Э., Сидоренко Ю. Н.

ТГУ, г. Томск
e-mail: yakitoria.444@gmail.com

На сегодняшний день композиционные материалы (КМ) все более активно используются при создании новой техники. Это связано с тем, что технологии производства таких материалов позволяют управлять их свойствами, что дает возможность получать материалы наилучшим образом приспособленных для конкретных условий их применения. При этом одной из главных проблем является подбор оптимального сочетания физико-математических характеристик компонентов и параметров структуры армирования композита. Реальная структура КМ практически всегда является стохастической, в ней элементы армирования могут раполагаться на различных расстояниях друг от друга, образуя при этом группы, цепочки и другие структурные образования.

В наше время практически единственной характеристикой структуры армирования является объемное соотношение компонентов КМ. В данной работе такие структурные образования рассматриваются в качестве кластеров [1]. Под кластером понимаются близко расположенные армирующие элементы, полагается, что между такими элементами образуются связи. Полагается, что параметры кластеров могут быть использованы как дополнительные характеристики структуры армирования КМ.

Предложено в качестве параметра кластерной структуры использовать отношение числа связей к числу армирующих элементов (сложность кластера). На двумерных геометрических моделях стохастически армированных композитов исследована зависимость сложности от размеров моделируемого объема при постоянном объемном соотношении компонентов. Показано, что данный параметр не зависит от размеров объема и может быть использован в качестве параметра кластерной структуры армирования композита.

Литература

1. Воронцов К.В. Алгоритмы кластеризации и многомерного шкалирования. Курс лекций. МГУ, 2007

Итерационные методы решения эллиптических разностных уравнений

Федорова Е. Н.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск
e-mail: fedosik56@gmail.com

Применение разностных численных задач для решения дифференциальных уравнений приводит к системе линейных алгебраических уравнений определенного вида – к разностным уравнениям. Среди итерационных методов решения разностных задач получил широкое распространение метод переменных направлений (МПН) [1, 2]. Он основывается на специальных релаксационных процессах с возможностью сведения сложной задачи к последовательности более простых задач.

В данной работе рассматриваются для решения двумерной разностной задачи эллиптического типа два варианта МПН: классический метод Писмана-Речфорда и модифицированный попеременно-треугольный метод (ПТМ) [1]. Алгебраическая запись итерационного процесса в методе Писмана-Речфорда для решения пятиточечных уравнений основана на разложении исходной матрицы на сумму двух трехдиагональных, каждая из которых соответствует аппроксимации второй производной и легко обращается с помощью прогонок по соответствующим направлениям. В ПТМ исходная матрица разбивается на сумму двух треугольных матриц, и такая реализация итерационных формул не требует прогонок, а осуществляется по явным рекуррентным формулам.

Эти методы применяются для решения эллиптических разностных задач с постоянными и переменными коэффициентами. На тестовых задачах была исследована зависимость числа итераций от шагов разностной сетки в зависимости от экстремальных свойств коэффициентов рассматриваемых методов.

Литература

1. Самарский А.А. Методы решения сеточных уравнений / А.А.Самарский, Е.С.Николаев.- М.:Наука, 1978. - 592 с.
2. Ильин В.П. Методы неполной факторизации для решения алгебраических систем / В.П. Ильин. - М.:Физматлит, 1984. - 320 с.

Компьютерное зрение

Тронина А. А.

ТГУ, Томск
e-mail: tronina.anya@gmail.com

В связи с возрастающими потребностями общества к развитию охранных систем, систем подтверждения кредитных карточек возникает потребность к использованию методов, позволяющих идентифицировать человека по его фотографии. Такая задача для человека довольно несложная, но обучить компьютер гораздо сложнее.

Существует несколько методов для детектирования лиц: метод гибкого сравнения на графах, нейронные сети, скрытые Марковские модели (СНН, HMM). Но метод Виолы – Джонса зарекомендовал себя с лучшей стороны и поэтому является наиболее распространенным.

Алгоритм Виолы-Джонса является одним из лучших по соотношению показателей эффективность распознавания/скорость работы. Также этот детектор обладает крайне низкой вероятностью ложного обнаружения лица. В работе представлен подробный анализ алгоритма.

Литература

1. Р.Гонсалес, Р.Вудс, «Цифровая обработка изображений», ISBN 5-94836-028-8, изд-во: Техносфера, Москва, 2005. – 1072 с.
2. Jan Sochman, Jir Matas, «AdaBoost», Center for Machine Perception, Czech Technical University, Prague, 2010
3. Yoav Freund, Robert E. Schapire, «A Short Introduction to Boosting», Shannon Laboratory, USA, 1999., pp. 771-780

Численное решение уравнения переноса *

Смиян Н. С., Данилкин Е. А.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: mr.turner.x@mail.ru

В работе будет проведено численное решение двумерного уравнение переноса, описывающего процесс распространения воздушной газообразной примеси. Численное решение осуществляется на основ метода конечного объема [1]. При дискретизации используются явная аппроксимация по времени, схема против потока для конвективных слагаемых и центрально разностная схема для диффузионных слагаемых.

При численном решении использовались данные полей ветра над Томском и источник с постоянной интенсивностью в центре области исследования. Задача состоит в том, чтобы определить, как с течением времени будет распространяться примесь над городом. Разработка программной реализации поставленной задачи выполнена на языке программирования C++. Так же предложенный алгоритм был распараллелен под систему с распределенной памятью. Для этого использована библиотека MPI и одномерная геометрическая декомпозиция [2].

Литература

1. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с англ. / М: Энергоатомиздат, 1984. - 149 с.

2. Старченко А.В., Берцун В.Н. Методы параллельных вычислений. / Томск: ТГУ, 2013. - 225с.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1723.2017.5

Математика и криптография

Куттубек кызы Г., Старченко А. В.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: wendiya97@gmail.com

Цель работы показать исторический аспект развития криптографии в тесной ее связи с математикой и представить пример шифрования, дешифрования и взлома одного известного шифра [1].

В работе дается описание актуальности криптографических средств защиты информации. Описываются исторические аспекты развития криптографии в мире. Приводятся примеры шифровальных методов с древнейших времен по сей день. Приведена классификация подходов криптографии. Перечислены математические проблемы криптографической защиты информации [2].

В качестве примера рассмотрен известный шифр Плейфера [1]. Описаны его преимущества и недостатки с точки зрения уязвимости ,а также его теоретический взлом [3].Составлены компьютерные программы для шифрования, дешифрования на языке программирования высокого уровня PascalABC.

.

Литература

1. Де Кастро В. Просто криптография. М.: Страта, 2014. P. 208
2. Под редакцией В.В Ященко Введение в криптографию М.: Изд-во МЦНМО, 2012. P.278
3. https://ru.wikipedia.org/wiki/

   https://habrahabr.ru/post/271257/

Вычисление сингулярного разложения матриц

Афанасьева А.А.

Томский государственный университет
e-mail: afanasevaanyutka@gmail.com

В данной работе речь пойдет о вычислении сингулярного разложения матриц (SVD – Singular Value Decomposition) [1-3], а именно об истории появления, о том, как и для чего вычисляется сингулярное разложение, а также области его применения – это нахождение ранга матрицы, модуля матрицы, чисел обусловленности, общих решений однородных систем, для решения произвольной СЛАУ, нахождения псевдообратных матриц.

Рассматриваются алгоритмы SVD, которые используются для практического вычисления, свойства сингулярного разложения, на примере показано, как применяется SVD, доказано одно из свойств SVD.

На конкретных примерах матриц малого порядка представлены основные этапы SVD-разложения и на примере сжатия изображения показано, что SVD - удобный способ для сжатия с минимальной потерей информации.

Литература

1. Квасов Б.И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Новосибирск. НГУ. 262С.
2. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра.М.:Мир, 2000. 430 С.
3. Вержбицкий В.М. Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения: Учеб. пособие для вузов.М.:ООО Издательский дом "Оникс 21 век 2005.432 С.

Численные методы поиска минимума многомерной функции без использования производных

Алимбаева Е. А.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск
e-mail: alimb9789@gmail.com

В работе рассматриваются два метода решения многомерных задач безусловной оптимизации: метод "Конфигурации"и метод "Деформируемого многогранника". Данные численные методы относятся к методам спуска, где направление движения к минимуму на каждом шаге выбирается из числа направлений убывания минимизируемой функции. Метод "Конфигураций"(Хука-Дживса)[1, 2] заключается в комбинировании исследующего поиска вдоль направления единичных ортов и ускоряющего поиска по образцу. В основе метода "Деформируемого многогранника"[2] положено построение последовательности систем из точек, являющихся вершинами выпуклого многогранника, который впоследствии и деформируется. Эти методы относятся к методам нулевого порядка, что подразумевает использование только информации о значениях минимизируемой функции и не требует вычисления производных.

При реализации метода "Конфигураций"в двумерном случае была использована наглядная демонстрация траектории движения точки от начальной точки до искомой точки локального минимума.

Литература

1. Аттетков А. В. Методы оптимизации: [учебник для втузов] /А. В. Аттетков, С. В. Галкин, В. С. Зарубин. – Москва: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана , 2003 – 439 с.
2. Пантелеев А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах: [учебное пособие для студентов вузов по направлению "Прикладная математика"] / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. – Санкт-Петербург: Лань , 2015 – 511 с.

О некоторых свойствах кардинальных сплайнов

Сайнакова И. С.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск
e-mail: ira.saynakova@mail.ru

Полиномиальные интерполяционные сплайны, впервые рассматривавшиеся еще в работах И. Шенбега в середине прошлого века, активно используются в современной математике и ее приложениях. Сплайны – это функции, которые заданы неодинаковым образом на сетке $\omega = \left\{a = x_0 < x_1 < ... < x_N = b, h_i = x_i - x_{i-1}, i = \overline{1, N}\right\}$ при сохранении заданных условий гладкости. Восстановление сеточных функций сплайнами можно осуществить с помощью линейной комбинации базисных функций (B-сплайнов). Кардинальными B-сплайнами $K_m(x)$, где m – число интервалов носителя, называются базисные функции, имеющие компактные носители на целочисленной сетке $Z = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$. Функции $K_m(x)$ можно использовать в вейвлет-анализе [1], который обеспечивает двумерное представление исследуемого нестационарного сигнала в частотной области. Одним из базовых понятий в этой теории является масштабирующая функция, интеграл от которой равен 1. Сами вейвлеты – это функции, образующие базис пространства L_2, получаемые сдвигом и сжатием материнского вейвлета. Вейвлет-анализ объединяет положительные качества сплайнов и рядов Фурье.

Структурные свойства вейвлетов и их масштабирующих функций позволяют осуществить расщепление функции приближения к сигналу на две составляющие: аппроксимирующую – грубую, достаточно медленно меняющуюся со временем, и детализирующую – с более быстрой динамикой изменения.

В работе показано, что кардинальные сплайны являются масштабирующими функциями. Рассмотрены их свойства и способы вычисления.

Литература

1. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. М. : ДМК-Пресс, 2014. 628 с.

СЕКЦИЯ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Оценивание параметров авторегрессионной модели с непрерывным временем

Иващенко А. О.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, г. Томск
e-mail: annaivashchenko06@gmail.com

В настоящее время все большую актуальность приобретают задачи идентификации, прогнозирования, фильтрации, обработки временных рядов. В таких задачах широко используются автогрегрессионные модели с непрерывным временем, описываемые стохастическими дифференциальными уравнениями. Проблема их применения состоит в том, что в большинстве случаев параметры моделей заранее неизвестны, поэтому перед использованием модели требуется идентифицировать ее параметры непосредственным оцениванием. Для решения задачи оценивания параметров требуются методы, которые позволят контролировать точность получаемых оценок при малых объемах данных. В связи с этим успешно применяется последовательный анализ данных, который заключается в нахождении специальных правил определения длительности наблюдений в ходе реализации процесса.

Рассматривается процесс диффузионного типа, заданный стохастическим дифференциальным уравнением

$$dX_t = \mu f(X,t)dt + \sigma_t dW_t,$$

$W = (W_t^1, ..., W_t^n)_{t>0}$ - винеровский процесс, $f(X,t) = X_t$, $X_0 = 0$, μ - оцениваемый параметр, σ_t - наблюдаемая функция.

В работе формулируется и доказывается теорема об асимптотической нормальности последовательной оценки. Проводится численное моделирование для получения последовательных оценок параметров модели авторегрессии первого порядка, а также вычисление момента остановки и оптимального времени наблюдения системы. Также вычисляется среднеквадратический риск для сравнения качества оценок, получаемых при использовании оптимального времени наблюдения и последовательного подхода к оцениванию.

Литература

1. Емельянова Т. В., Конев В. В. О последовательном оценивании параметров непрерывной авторегрессии. – Вестник Томского гос. у-та: Математика и механика. – 2013. - №5(25). - с. 12-25.

Доверительное оценивание для биномиального распределения

Степанова Е. А., Клемешова А.И, Емельянова Т.В.

Томский Государственный Университет
e-mail: zhenyutka@mail.ru

Построение доверительных интервалов, как точных, так и асимптотических активно используется при решении обширного класса прикладных задач.

На практике исследователь всегда имеет дело с ограниченным числом измерений, поэтому важно уметь оценить точность измерений, т.е. найти его меру приближения к истинному значению на основании результатов наблюдения.

В работе рассматриваются различные способы построения доверительного интервала для скалярного параметра биномиальной модели. Получены формулы (1), (2) для асимптотических доверительных интервалов, использующие интегральную теорему Муавра-Лапласа.

$$(\frac{m}{n}-\frac{\varepsilon^2+\varepsilon\sqrt{4m+\varepsilon^2-4\frac{m^2}{n}}-\frac{2m\varepsilon^2}{n}}{2(n+\varepsilon^2)},\frac{m}{n}+\frac{\varepsilon^2+\varepsilon\sqrt{4m+\varepsilon^2-4\frac{m^2}{n}}-\frac{2m\varepsilon^2}{n}}{2(n+\varepsilon^2)}) \tag{1}$$

$$(\frac{m}{n}-\frac{\varepsilon}{2\sqrt{n}},\frac{m}{n}+\frac{\varepsilon}{2\sqrt{n}}) \tag{2}$$

Формула (2) получена из (1) заменой выражения $p(1-p)$ на его максимальное значение, поэтому получаемый при этом интервал шире и имеет больший коэффициент надежности.

Также приведены примеры построение доверительных интервалов, рассчитанных на реальных данных.

Литература

1. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика-Москва: Высшая школа, 1984. С.81-84, С. 89-92.
2. Крамер Г. Математические методы статистики-Москва: Мир, 1975. С. 553 п. 3.
3. Исаева Н.А., Кривякова Э.Н. Оценивание параметров распределения-Томск - 1990. С. 9-10.

Доверительное оценивание для биномиального распределения

Клемешова А. И. Степанова Е. А.

Томский Государственный Университет, Томск
e-mail: anya-3.4@mail.ru

Задача построения доверительных интервалов широко востребована при решении многих практических задач. Одной из таких задач является отыскание верхней границы количества людей находящихся в определенной зоне(например, в зоне накопления аэропорта, в вагоне электропоезда, в некоторой зоне магазина)

Определение 1. *Интервал* (C_1, C_2) *называется* 100γ *-процентным доверительным интервалом(для параметра* θ *), если выполнено условие:* $P(C_1 < \theta < C_2) = \gamma$, $\gamma \in (0, 1)$.

В данной работе строится точный 100γ -процентный доверительный интервал для неизвестной вероятности р -попадания объекта в зону интереса с помощью функции распределения биномиальной величины. Решая уравнение

$$F(m; p) = 1/2(1 - \gamma)$$

находим нижнюю границу, а с помощью уравнения

$$1 - F(m; p) = 1/2(1 - \gamma)$$

определяем верхнюю границу. Построены точные 95-процентные доверительные интервалы для параметра p на реальных данных.

Литература

1. Крамер Г. Математические методы статистики-Москва: Мир, 1975. С. 553 п. 3.
2. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика-Москва: Высшая школа, 1984. С.81-84, С. 89-Is-92.
3. Исаева Н.А., Кривякова Э.Н. Оценивание параметров распределения-Томск - 1990. С. 9-10.

Оценивание длительности мертвого времени в простейшем потоке событий

Шитина А. А., Завгородняя М. Е.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: ann.shitina@gmail.com

Рассматривается стационарный пуассоновский поток событий интенсивности λ. Он частично ненаблюдаем: после наступления события в этом потоке наступает некоторое время длительности T, в течение которого другие события недоступны наблюдению [1]. Этот период ненаблюдаемости называется мертвым временем. Длительности участков мертвого времени распределены по экспоненциальному закону с параметром α. События, наступившие в течение мертвого времени, не вызывают продление его периода, по окончании которого первое наступившее событие в простейшем потоке наблюдается и снова создает мертвое время длительности T. То есть рассматривается непродлевающееся мертвое время.

Получена плотность распределения вероятностей $p_T(\tau)$ случайной величины τ-интервала времени между соседними событиями в наблюдаемом потоке.

$$p_T(\tau) = \begin{cases} 0, & \tau < 0 \\ \frac{\lambda\alpha(e^{-\alpha\tau} - e^{-\lambda\tau})}{\lambda-\alpha}, & \tau > 0 \end{cases}$$

В данной работе оценивание параметра распределения длительности мертвого времени производилось методом максимального правдоподобия. Получено уравнение, решение которого дает оценку искомого параметра:

$$\frac{n\lambda}{\alpha(\lambda-\alpha)} - \sum_{i=1}^{n} \tau_i \frac{e^{\lambda\tau_i}}{e^{\lambda\tau_i} - e^{\alpha\tau_i}} = 0$$

В силу того, что оценку параметра распределения мертвого времени невозможно найти в явном виде, решение производилось численно с использованием ЭВМ.

Литература

1. Горцев А.М., Нежельская Л.А. Оценивание длительности мёртвого времени и параметров синхронного альтернирующего потока событий // Вестник Томского гос. ун-та. Приложение. 2003. № 6. С. 232–239.

Оценивание параметров регрессионной модели с шумами типа AR/ARCH

Повзун М.А., Пчелинцев Е.А

Томский государственный университет, Томск
e-mail: povzunyasha@gmail.com

Основной задачей при описании статистических данных является построение адекватной модели и оценка её коэффициентов. В настоящее время эффективные оценки рассматриваются с позиции минимизации среднеквадратических рисков [1].

В работе рассматривается задача минимаксного оценивания d-мерного вектора регрессии с нелинейным стохастическим условно-гауссовским

$$Y = \theta + \nu\xi,$$

где $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^d$– вектор неизвестных параметров, ν – известное положительное число, ξ – первые d значений процесса типа $AR(p)/ARCH(q)$ [2]: $\xi_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \xi_{i-1} + \sqrt{\alpha_0 + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \xi_{j-1}^2}\varepsilon_t$. Предполагается, что ξ имеет условно-гауссовское распределение относительно σ-алгебры $\mathcal{G}$ с нулевым средним и условной ковариационной матрицей $D(\mathcal{G})$, у которой минимальное собственное значение $\lambda_{min}(D(\mathcal{G})) \geqslant \lambda_* > \prime$, а максимальное собственное значение $\lambda_{max}(D(\mathcal{G})) \leqslant \lambda^*$, $(\varepsilon_t)_{t\geqslant 0}$– белый шум. Для оценивания параметра θ предлагается оценка вида

$$\theta^* = \left(1 - \frac{c}{|Y|}\right) Y,$$

где $c = \nu^2 \lambda_*(d-1)\delta_d$, $\delta_d = (\rho + 2^{-1/2}\pi^{-d/2}\nu\lambda^*\Gamma(\frac{d+1}{2}))^{-1}$, $\rho = \sup_{\theta\in\Theta}\{|\theta|\}$.

Теорема 1. *Оценка θ^* превосходит по среднеквадратичной точности оценку МНК $\widehat{\theta} = Y$, то есть является минимаксной.*

Литература

1. Пчелинцев Е. А. Процедура Джеймса – Стейна для условно-гауссовской регрессии // Вестн Том. гос. ун-та. Математика и механика. 2011. № 4(16). С. 6–17.

2. Ширяев А.Н. Основы стахостической финансовой математики. Том 1. Факты. Модели. – М. : ФАЗИС, 1998. – 512 с.

Об оценивании параметров тригонометрического сигнала с зависимыми шумами

Конищева А. А., Емельянова Т. В.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: koniantonina@yandex.ru

В наше время разработаны различные методы оценивания параметров сигналов с дискретным и непрерывным временем на фоне аддитивных помех при различных уровнях заранее известной информации о типе сигнала и виде помех [3, 4]. Для случая дискретного времени задача выделения сигналов наиболее полно исследована в случае, когда помехи являются последовательностью независимых случайных величин. Но существует проблема оценивания параметров сигналов при шумах с неизвестными спектральными свойствами, которая менее изучена, так как наличие дополнительных неизвестных параметров шума значительно усложняет задачу точности оценивания параметров сигнала.

В данной работе рассматривается задача оценивания коэффициентов тригонометрического сигнала с зависимыми шумами. Осуществляется построение последовательного плана $\{\tau(\tilde{h}), \alpha^*(\tilde{h})\}$ с использованием специального правила остановки наблюдений. Для исследования средней длительности последовательного плана, оценена скорость сходимости выборочной информационной матрицы Фишера, построенной по N наблюдениям, к предельному значению.

Литература

1. Емельянова Т.В., Конев В.В. О последовательном оценивании периодического сигнала на фоне авторегрессионного шума // Вестник ТГУ. Математика и механика. 2015. №2(34). С. 18-29.
2. Galtchouk L., Konev V. On Sequential Least Squares Estimates of Autoregressive Parameters // Sequential Analysis. 2005. V. 24. No. 4. P. 335-364.
3. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. М.: Наука, 1974.
4. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 1976.

Бутстрап методы для нелинейных моделей временных рядов

Филимонова Ю. О., Пчелинцев Е. А.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: ylya2911@mail.ru

Моделирование и прогнозирование изменчивости различных показателей на финансовых рынках является объектом современных исследований. В настоящее время большое применение находят процессы типа AR/GARCH определяемые уравнениями из [2]:

$$X_t = \theta + \sum\nolimits_{i=1}^{p} \alpha_i X_{t-i} + \varepsilon_t;$$
$$\varepsilon_t = \sigma_t v_t;$$
$$\sigma_t^2 = \beta_0 + \sum\nolimits_{j=1}^{p} \beta_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum\nolimits_{k=1}^{q} \gamma_k \sigma_{t-k}^2.$$

Существуют различные бутстрап-методы для классических моделей временных рядов, однако система бутстрап реализаций для нового AR/GARCH процесса неразвита. Целью даннной работы является получение качественного бутстрап метода для анализа временных рядов, моделируеммых AR/GARCH процессами. На основе изученных раннее методов бутстрапирования в [1] и [3] был разработан пошаговый алгоритм для AR/GARCH модели.

Литература

1. Lahiri S.N. Theoretical comparisons of block bootstrap methods. The annals of statistics 27. 1999. P. 386 – 404.
2. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. М.: Фазис, 1998. Т. 1
3. Maercker G. Bootstrapping GARCH(1,1) models. 1997. P. 207 – 220.

Неравенство Дуба для мартингалов с дискретным временем

Ноходоев Д. С., Пергаменщиков С. М.

Томский государственный университет
E-mail: nokhodoevd@gmail.com

Понятие мартингал приобретает все большее значение во многих вопросах теории вероятностей и играет весьма важную роль при изучении оптимальных правил остановки для чрезвычайно широкого класса задач. Общая теория мартингалов была развита Дж. Дубом [1] , один из первых математиков, который показал значимость мартингала для развития случайных процессов.

В данной работе изучаются мартингалы и их свойства. Целью работы является изучение неравенства Дуба для мартингалов в дискретном времени и его доказательство [2,3].

Определение 1. *Пусть* $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_n)_{0\le n\le N}, P)$*-стохастический базис. Случайный процесс* $M = (M_n)_{0\le n\le N}$ *называется мартингалом(субмартингалом) с дискретным временем относительно фильтрации* $(\mathcal{F}_n)_{0\le n\le N}$*, если :*
1) M- согласованный процесс относительно $(\mathcal{F}_n)_{0\le n\le N}$*;*
2) $E|M_n| < \infty$*, где* $n = 1, ..., N$*;*
3) $E(M_{n+1}|\mathcal{F}_n) = M_n$ *,* $(E(M_{n+1}|\mathcal{F}_n) \ge M_n)$ *.*

Теорема 1. *(неравенство Дуба для мартингалов с дискретным временем) Пусть* $X = (X_n, \mathcal{F}_n), n = 1, ..., N, -$ *неотрицательный мартингал. Пусть* $EX_n^\rho < \infty$ *,* $(1 < \rho < \infty)$*. Тогда* $E[\max_{n\le N} X_n]^\rho < \infty$ *и* $E[\max_{n\le N} X_n]^\rho \le (\frac{\rho}{\rho-1})^\rho EX_n^\rho$ *.*

Литература

1. Doob J.L. Stochastic Process / J.L. Doob, John Wiley and Sons - Wiley-Interscience. 1990.- 664 p.
2. Липцер Р. Ш. Статистика случайных процессов / Р. Ш. Липцер, А. Н. Ширяев - М.: Наука, 1974. - 696 с.
3. Ширяев А. Н. Вероятность / А. Н. Ширяев – М.: Наука. 1989.- 575 с. - 1 т.

Задачи с мартингалами

Слободчук В. А.,Пергаменщиков С. М.

Томский государственный университет
E-mail: vladeska96@gmail.com

Понятие случайного процесса является одним из важнейших не только в современной теории вероятностей, но и в естествознании, инженерном деле, экономике, теории связи и других областях. Оно позволяет описывать динамику развития изучаемого случайного явления во времени. Мартингалы стали одним из основных предметов исследования в теории случайных процессов. Понятие мартингала было введено П. Леви. Затем Дж.Л. Дуб обнаружил неожиданные возможности аппарата мартингалов и развил их теорию [1].

В данной работе изучены понятия мартингала и условного математического ожидания и их свойства [2]. Приведены примеры решений задач с мартингалами. Целью работы является изучение теории мартингалов и ее применение на практике.

Определение 1. *Пусть* $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_n)_{0\leq n\leq N}, P)$*-стохастический базис. Случайный процесс* $M = (M_n)_{0\leq n\leq N}$ *называется мартингалом(субмартингалом) с дискретным временем относительно фильтрации* $(\mathcal{F}_n)_{0\leq n\leq N}$*, если :*
1) M- согласованный процесс относительно $(\mathcal{F}_n)_{0\leq n\leq N}$*;*
2) $E|M_n| < \infty$*, где* $n = 1, ..., N$*;*
3) $E(M_{n+1}|\mathcal{F}_n) = M_n$ *,* $(E(M_{n+1}|\mathcal{F}_n) \geq M_n)$ *.*

Литература

1. Doob J.L. Stochastic Process / J.L. Doob, John Wiley and Sons - Wiley-Interscience. 1990.- 664 p.
2. Ширяев А.Н. Теория случайных процессов / Ширяев А.Н., Булинский – М.: Наука, 1974. – 79с.

Статистическая оценка влияния занятости школьников на успеваемость

Дьяченко Ю. В., Емельянова Т. В.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: YuliaDyatchenko1994@mail.ru

Математика необходима для развития ребенка. Она задает стандарты правильного, рационального мышления на всю жизнь вперед. Дает огромный толчок для умственного развития. Именно поэтому хорошие знания по математике очень важны. На начальном этапе уровень качества знаний определяется успеваемостью школьника, то есть его оценками. Основная задача данной работы – выявить факторы, влияющие на успеваемость по математике.

Выявлено, что школьная неуспеваемость может быть следствием ряда причин, таких как: семейно-бытовые условия, материальное состояние семьи, уровень образования родителей, занятостью ребенка во внеурочное время.

В данной работе описывается критерий χ_2 Пирсона. Когда величина статистики χ_2 превышает табличное значение с заданным уровнем значимости, то гипотеза о независимости отвергается и возникает задача оценить степень значимости с помощью различных коэффициентов.

Литература

1. Кендал М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М.: Наука, 1973. 900 с.
2. Аптон Г. Анализ таблиц сопряженности. М.: Финансы и статистика, 1982. 143 с.

Неасимптотическое оценивание параметров процессов, описываемых дифференциальными стохастическими уравнениями

Макарова И. А., Пчелинцев Е. А.

ТГУ, Томск
e-mail: star_irish@bk.ru

Многочисленные задачи естествознания, техники, обработки временных рядов, идентификации, прогнозирования и управления в динамических системах и экономики привели во второй половине XX века к стохастическим моделям, описываемым диффузионными процессами или стохастическими дифференциальными уравнениями. В основном, параметры этих уравнений неизвестны, поэтому обычно сначала осуществляют этап идентификации, заключающийся в оценивании неизвестных параметров таких процессов. Широкое применение получили регрессионные и авторегрессионные модели. Оптимальные методы для оценивания в регрессионных моделях и моделях временных рядов изучались многими авторами, начиная с середины XX века, в работах Т. Андерсона, А. Ибрагимова и Р.З. Хасьминского, Голди, Пинскер, Конев, Пергаменщиков, Гальчук и др. В данной работе изучаются статистические методы оценивания коэффициентов диффузионных процессов, задаваемых стохастическим дифференциальным уравнением вида

$dy_t = S(y_t)dt + d\xi_t, 0 < t < n.$

Литература

1. Galtchouk L.I., Pergamenshchikov S.M. Efficient pointwise estimation based on discrete data in ergodic nonparametric diffusions // Bernoulli. 2015. Vol. 21, № 4. P. 2569-2594.

2. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. 1978.

Применение диффузионных процессов к моделированию доходностей финансовых активов

Понеровский Р.В.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: doberwork@mail.ru

Модели процентных ставок — один из наиболее интенсивно развивающихся разделов современных финансов. В первую очередь это связано с бурным ростом в последние два десятилетия рынков процентных инструментов [1].

В данной работе рассматриваются некоторые принципы и подходы к стохастическому анализу эволюции рисковых активов на финансовых рынках, а также отдельные примеры моделей, которые используются для решения практических задач.

Широкое применение получили модели, описанные диффузионными процессами Ито [2]. К таким моделям относятся:
–модель Мертона $dX_t = \mu dt + \sigma dW_t$;
–модель Васичека $dX_t = \alpha(\mu - X_t)dt + \sigma dW_t$;
–модель Халла-Уайта $dX_t = \alpha(t)(\mu(t) - X_t)dt + \sigma(t)dW_t$;
–модель Блэка-Шоулса $dX_t = X_t(\mu dt + \sigma dW_t)$,
где μ - долгосрочное равновесное значение краткосрочной ставки, α - параметр, определяющий скорость возвратной тенденции (скорость приближения X к равновесному значению μ), σ - стандартное отклонение прироста процентной ставки (волатильность) [3].

Используя эти модели, было проведено моделирование доходностей акций Газпрома и Лукойла. Численный анализ моделей проводился в пакете MATLAB.

Литература

1. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. Том 1. Факты. Модели. Москва: ФАЗИС, 1998.
2. Булинский А. В., Ширяев А. Н. Теория случайных процессов. —М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
3. Мертенс А. В. Риск процентной ставки.

Асимптотическая эффективность оценки функции гетероскедастичной регрессии *

Перелевский С. С., Пчелинцев Е. А.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: slavaperelevskiy@mail.ru

Пусть наблюдаемый процесс, как и в [1], описывается уравнением

$$y_j = S(x_j) + \sigma_j \xi_j,\ 1 \le j \le n, \tag{1}$$

где $S(\cdot) \in W_r^k$ – неизвестная функция, которую требуется оценить. В [1] предложена процедура выбора модели S^* для оценивания функции S в модели (1) на основе улучшенных оценок. Доказано оракульное неравенство для среднеквадратического риска этой процедуры выбора модели.

В данной работе доказывается асимптотическая эффективность процедуры выбора модели S^* в минимаксном смысле.

Теорема 1. *При некоторых условиях на модель* (1) *робастный среднеквадратический риск процедуры выбора модели* S^* *удовлетворяет следующему асимптотическому равенству*

$$\lim_{n\to\infty} n^{\frac{2k}{2k+1}} \sup_{S\in W_r^k} \frac{R(S^*, S)}{\gamma_k(S)} = 1,$$

где $\gamma_k(S)$ *– константа Пинскера, определенная в [2].*

Литература

1. Перелевский С.С., Пчелинцев Е.А.Улучшенная процедура выбора модели для оценивания функции регрессии по дискретным данным. Обозрение прикладной и промышленной математики, 2016, т. 23, № 4, 376-377.

2. Galtchouk L., Pergamenshchikov S. Adaptive asymptotically efficient estimation in heteroscedastic nonparametric regression // Journal of the Korean Statistical Society. 2009. V. 38. No. 4. P. 305-322.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-01-00121 А) и Минобрнауки (госзадание № 2.3208.2017/ПЧ).

ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Применение межпредметных связей математики и информатики для решения задач повышенного уровня сложности

Гриншпон Я. С., Лемешко Д. Д.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: grinshpon@mail.ru, dmitriy-lemeshko@mail.ru

Существуют различные теоретико-числовые задачи, строгое математическое решение которых хорошо иллюстрируется вычислительными экспериментами на компьютере.

В методике для обозначения такого подхода, сочетающего методы и концепции различных дисциплин (например, как в данной работе, математики и информатики), используют термин "междисциплинарный курс". Междисциплинарный курс (МДК) — это такой курс, в котором необходимо применять знания, навыки и умения в двух и более предметных областях.

В работе представлены две задачи, предлагавшиеся на региональном этапе Всеросийской математической олимпиады школьников. Для этих задач были рассмотрены математические решения, а затем проведены вычислительные эксперименты, для реализации которых были составлены программы на языке высокого уровня PascalABC.net.

Задача 1. Найдите такое четырехзначное число, что первые две его цифры одинаковы, следующие две цифры также одинаковы, а само это число является квадратом натурального числа.

Задача 2. Числа 1, 2, 3, …, 1974, 1975 разбиты на две группы. К первой группе отнесены числа с нечетной суммой цифр, ко второй группе — с четной. Что больше: сумма всех чисел первой группы или сумма всех чисел второй группы?

В обоих рассмотренных задачах вычислительный эксперимент позволил существенно обобщить условие задач. Были решены задачи, аналогичные задаче 1, для шестизначных чисел и задачи, аналогичные задаче 2, для множеств вида 1, 2, 3, …, $n-1$, n, где n — произвольное натуральное число [1].

Литература

1. Носков В.В., Попова В.В. Реализация межпредметных связей математики и информатики в современном учебном процессе // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. 2015. № 1(31). С. 65 – 68.

Приемы проведения этапа рефлексии на уроках математики

Аникина Л. А.

ТГПУ, Томск
e-mail: anli@sibmail.com

Федеральный государственный образовательный стандарт предъявляет новые требования к современному уроку. Учителю-практику важно иметь некий арсенал приемов, чтобы грамотно организовать тот или иной этап современного урока. Рассматриваемый в работе этап рефлексии выстраивается так, чтобы обучающийся имел возможность обратить внимание на себя, на свою деятельность и на деятельность своих одноклассников. Учитель на этапе рефлексии может увидеть динамику эмоционального состояния каждого обучающегося во время урока, уровень понимания учебного материала, соответствие темпа урока возможностям обучающихся, степень заинтересованности и т.д.

В различных источниках представлено многообразие приемов для проведения рефлексии на уроке. Во-первых, учителю при выборе приема следует учитывать цели его применения и возраст обучающихся. Во-вторых, применять рефлексию нужно систематически, при этом не обязательно брать огромное количество приемов, тогда и обучающимся будет легче ориентироваться и не потребуется давать инструкции к новому приему. В-третьих, необходимо договориться с коллегами об единых обозначениях, чтобы обучающийся привык к системе знаков и понятий, применяемых на этапе рефлексии. В-четвертых, желательно фиксировать данные, полученные на этапе рефлексии, чтобы иметь возможность выявить динамику.

Известно, что человек с удовольствием делает то, что у него хорошо получается. Но для этого нужно понять, а что у меня получается лучше всего. Поэтому рефлексировать необходимо не только обучающимся, но и педагогам. У рефлексивных людей путь от первых трудностей до первых успехов значительно короче.

Нестандартные методы решения квадратных уравнений

Гриншпон Я. С., Карпенко Н. В.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: grinshpon@mail.ru, tata451@mail.ru

Квадратные уравнения являются одним из основных объектов изучения базового школьного курса математики. Многие другие более сложные уравнения, а также многие неравенства и текстовые задачи, сводятся к решению квадратных уравнений. Большинство школьников решают все квадратные уравнения стандартным методом (т. е. с помощью дискриминанта), некоторые - используют сокращенный дискриминант или теорему Виета.

Однако решение квадратных уравнений стандартными методами не всегда является наиболее рациональным. Более того, знание разнообразных методов помогает ученику развивать его творческие способности.

В работе рассматриваются следующие способы решения квадратных уравнений ($[1, 2]$):

- Применение свойств коэффициентов квадратного уравнения;
- Решение квадратных уравнений способом «переброски» старшего коэффициента;
- Метод выделения полного квадрата;
- Графический способ решения квадратных уравнений;
- Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки;
- Решение квадратных уравнений с помощью номограммы;
- Геометрический способ решения квадратных уравнений.

Литература

1. Пресман А. А. Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки // М. Квант. №4/1972. стр.34 - 35.
2. Шаталова С. Способы решения квадратных уравнений // Математика в школе. №42 / 2004.

Две модели геймификации и их реализация в LMS MOODLE

Ли О. И.

ТГУ, Томск
e-mail: leeolgaigorevna@gmail.com

Игра и игровые технологии в педагогической практике – это создание определенных условий для достижения педагогических целей, моделирование специальной игровой реальности со своими внутренними законами. Целью геймификации образования является создание такой системы, в которой игровые успехи учащегося зависят от его навыков и знаний, которые он приобретает в образовательном процессе.

В современной педагогической практике встречается две модели внедрения игровых технологий в образовательный процесс. Первая заключается в использовании игр для отработки и развития учебных действий [1]. Вторая модель геймификации – особая организация учебной деятельности. Вводятся определенные правила, рейтинги, формируется сообщество, участники которого получают награды, очки, помогают друг другу и соревнуются друг с другом [2].

В системе MOODLE возможна реализация обеих моделей. Первая модель может быть реализована с помощью встраивания в курс пакета, созданного на платформе LearningApps.org либо с помощью программы HotPot, а также других внешних инструментов. Для второй модели в MOODLE предусмотрено создание поощрительных значков, отслеживание выполнения заданий и тестов, рейтинг лучших учащихся курса. Кроме того, преподаватель может настроить систему бонусов и штрафов.

В курсе MOODLE «Математический анализ. Дифференцирование» для студентов ФФ ТГУ реализованы элементы обеих описанных выше моделей.

Литература

1. Монахова Г.А., Монахов Д.Н. Геймификация учебного процесса в общеобразовательной школе // Дистанционное и виртуальное обучение. 2015. No. 12. P. 95 – 103.

2. Томилова О.В. Опыт применения концепции геймификации для повышения эффективности учебных занятий. V международная интернет-конференция КГП – 2015. С. 376-389

Использование заданий в тестовой форме в процессе обучения математике в школе

Бумагина Е. А.

ТГУ, Томск
e-mail: milenaalex88@sibmail.com

Необходимость как можно более объективной оценки результатов обучения в их современном понимании стала причиной активного развития тестовых технологий. Понятие «обучающий тест» выдвигает на первый план взаимосвязь в системе «учитель – ученик» с целью оперативного выявления затруднений учащихся [1].

Для реализации технологии тестирования выбрана программа "Айрен" [2], наиболее подходящая по своим функциональным возможностям.

Для создания обучающих тестов была выбрана тема «Неравенства» из школьного курса алгебры 8 класса в соответствии с учебным пособием под ред. А.Г.Мордковича. На изучение этой темы по программе отводится 12 часов. Основные разделы темы: 1.Свойства числовых неравенств. 2. Исследование функции на монотонность. 3. Решение линейных неравенств. 4. Решение квадратных неравенств.

С помощью редактора тестов Айрен было составлено четыре теста с автоматической проверкой. Предполагается решение одного теста в неделю. В школе существует компьютерный класс с локальной сетью. Информация о выполнении тестовых заданий поступает на компьютер учителя. Это позволяет собрать и проанализировать: кто из учеников, сколько раз выполнял задания, какой результат выполнения, динамика результатов. Тест назначается дополнительно к домашнему заданию из учебного пособия. На решение каждого теста отводится 20-30 минут. Количество попыток решения теста не ограничено.

В результате этой работы планируется определить функциональные возможности тестирования с обучающими, а не контролирующими целями.

Литература

1. Сеногноева Н.А. Тесты учебной деятельности как технология развития универсальных учебных действий учащихся // Ямальский вестник. 2016. No 4 (9). С. 39-45.
2. URL: http://irenproject.ru/ (Дата обращения 15.04.2017)

Обучение арифметическим действиям над натуральными числами в различных позиционных системах счисления как основа для последующего изучения действий над многочленами

Гриншпон Я. С., Лапатин А. Л.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: grinshpon@mail.ru, lapatin.lesha@yandex.ru

Арифметические действия над целыми числами и над многочленами от одной переменной выполняются по схожим алгоритмам (сложение, вычитание и умножение «в столбик», деление «уголком»). Однако если действия над числами большинство школьников выполняет достаточно уверенно, то действия над многочленами у многих учеников вызывают серьезные затруднения.

В работе представлен цикл задач, предназначенных для учеников 5-6 классов и направленных на изучение недесятичной позиционной записи натуральных чисел и на выполнение действий над числами в различных позиционных системах счисления. Предполагаются, что эти задачи войдут в разрабатываемый авторами сборник задач для факультативного курса «Решение задач на запись числа в позиционных системах счисления».

Важная роль отводится задачам, показывающим связь между действиями над числами и над многочленами. Например:

Задача. Найдите сумму чисел 234_n и 351_n для $6 \leq n \leq 9$, результаты запишите в десятичной системе счисления.

После очевидного решения задачи путем поочередного подставления $n = 6, 7, 8, 9$, вычисления суммы и перевода в десятичную запись (либо сначала перевода в десятичную систему, а потом суммирования), имеет смысл показать решение в общем виде, заключающее в сложении многочленов $2n^2 + 3n + 4$ и $3n^2 + 5n + 1$.

Литература

1. Гашков С. Б. Системы счисления и их применение. Библиотека «Математическое просвещение». Выпуск 29. – М.: МЦНМО, 2004. – 52 с.

Развитие различных стилей кодирования информации при изучении темы «Производная»

Тетерская Ю. Е.

ТГПУ, Томск
e-mail: vorobjovajulia@mail.ru

Одним из сложных для понимания обучающимися разделов математики является курс «Алгебра и начала анализа». Это обусловлено спецификой его содержания (абстрактность, сложная логическая структура материала, использование специальных знаков, символов и др.). Главной целью изучения понятия производной в школьном курсе математики считается обучение учащихся применению ее для решения определенного класса задач, таких как исследование свойств и построение графиков функций, приближенные вычисления, задачи оптимизации. Поэтому наряду с овладением определением данного понятия и техникой дифференцирования требуется не просто репродуктивное знание достаточных условий монотонности функции, необходимого и достаточного условий экстремума, достаточных условий выпуклости графика, но и такое понимание этих вопросов, которое дало бы возможность использовать их для решения практических задач. Это, в свою очередь, требует такого уровня усвоения материала, который дал бы возможность учащимся применить полученные знания при математическом моделировании. Одной из причин низкого уровня понимания и усвоения материала при изучении темы «Производная», является неумение школьников переводить информацию с одного способа представления (или кодирования) на другой, то есть перекодировать информацию. Как показывает практика, изучение понятия производной, ее геометрического и механического смыслов сопровождается значительными трудностями у учащихся при актуализации понятия углового коэффициента прямой, усвоении понятия касательной к графику функции, в понимании идеи линеаризации. Для решения этой проблемы разработаны учебные тексты, задания, направленные на актуализацию и развитие стилей кодирования информации, когда учитываются индивидуальные особенности ученика, его персональные способности к восприятию, запоминанию и усвоению информации, получаемой при обучении, то есть его индивидуальный познавательный стиль, а также способность воспринимать информацию, представленную или закодированную различными способами.

Формирование математической культуры студентов при решении дифференциальных уравнений Клеро с частными производными

Фирдавси Холмухаммад

ТГПУ, Томск
e-mail: shm94fs@gmail.com

С позиций рационально-когнитивной и культурообразующей тенденций новой образовательной парадигмы рассматриваются методические условия реализации процесса обучения математике, направленного на повышение уровня математической культуры студентов на примере изучения темы «Решение дифференциальных уравнений Клеро с частными производными». Процесс формирования математической культуры студентов становится наиболее эффективен, если определить сущность и содержание понятия «формирование математической культуры» студентов и на примере обучения их решению дифференциальных уравнений Клеро с частными производными расширить область рассматриваемых задач по математике задачами повышенной сложности и задачами практического содержания, применяя различные способы решения и математические модели к одной задаче, а также задачи с лишними условиями, ошибками, на достоверную оценку полученного результата и т.п. Разработанные материалы могут использоваться как в рамках вузовского курса углубленного изучения дифференциальных уравнений, так и для подготовки студентов к олимпиадам по математике.

Обучение старшеклассников решению задач на свойства целых чисел в рамках подготовки к ЕГЭ

Гриншпон Я. С., Куликова А. С.

НИ ТГУ, Томск
e-mail: grinshpon@mail.ru, kulikova_tosya@bk.ru

В контрольно-измерительные материалы Единого государственного экзамена (КИМ ЕГЭ) входит задание 19 — это задание высокого уровня сложности, направленное на проверку умения проводить небольшое математическое исследование и связанное, как правило, со свойствами целых чисел.

Решение большинства заданий 19 подразумевает использование метода оценки и примера. Непонимание школьниками сути этого метода, а также забытие методов и понятий теории чисел (изученных еще в 5-7 классах) приводит к тому, что многие школьники не приступают к задаче 19 и даже не читают ее.

Суть метода оценки и примера заключается в следующем: требуется найти наименьшее (наибольшее) значение некоторой величины A. Действуем в два этапа: 1) (оценка) показываем, что выполнено неравенство $A \geq \alpha$ ($A \leq \alpha$); 2) (пример) предъявляем пример, когда достигается равенство $A = \alpha$.

В результате анализа заданий 19 КИМ ЕГЭ было выделено несколько основных тем, которые необходимо повторить при подготовке школьников к сдаче ЕГЭ ([1]):

— числовые системы;

— деление целых чисел с остатком, свойства остатков;

— делимость целых чисел и ее свойства;

— НОД и НОК, взаимно простые числа;

— десятичная запись натуральных чисел, признаки делимости;

— простые и составные числа, разложение на простые множители и его свойства;

— арифметическая и геометрическая прогрессии;

— основы комбинаторики.

Литература

1. Прокофьев А. А., Корянов А. Г. Математика. ЕГЭ. Задачи на целые числа (типовые задания 19). – Ростов-на-Дону: Легион, 2016. – 272 с.

Возможности системы Moodle для освоения теории вещественных чисел

Бакчанина Е.М.

ТГУ, Томск
e-mail: bak70rus@yandex.ru

Изучение понятия вещественного числа проходит через весь школьный курс математики и продолжается в вузовских курсах.

Передо мной была поставлена задача создания заданий в тестовой форме для закрепления знаний по теме "Вещественные числа" студентами первого курса ФФ, ФТФ в рамках курса математического анализа в системе Moodle. В курсе матанализа заново переосмысляется введение числовых систем, акцентируется внимание на отношении порядка на числовых множествах.

Разработан тест с возможностью нескольких попыток ответа для отработки навыков. Вопросы теста можно использовать и для контроля, уменьшая количество попыток и делая ограничения по времени. Рассмотрим типы использованных вопросов с примерами заданий.

• Множественный выбор (Среди данных множеств выберите вполне упорядоченные множества $[0;1]\cap\mathbb{Z}$, $[2;+\infty]\cap\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$) • На соответствие (Выберите какому множеству принадлежит число. Числа: $0; 2; -1; 5/3; -2/3, 0,(2); \pi, -3,01001000100001...; 0,5, \sqrt{3}$. Множества: $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}, \mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}, \mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}, \mathbb{N}$) • Короткие ответы (Найдите сумму наибольшего трехзначного числа и наименьшего неотрицательного рационального числа; найдите разность наибольшего целого отрицательного числа и наименьшего натурального числа) • Множественный вычисляемый (Для каких множеств A множество $B = [b, +\infty)$ является множеством всех верхних границ? $A = \{b\}, A = \{a; b\}, A = [-a; b], A = [-a; b), A = (0; b), A = (0; b, 1), A = (-a; a), A = \{-b; a\}$) • Вычисляемый (Переведите дроби в обыкновенные и выполните действия, ответ запишите в виде десятичной дроби с двумя цифрами после запятой $a,(b9) + d,e(f)$; Вычислите расстояние между точками $(a; b; c)$, $(b; c; -c)$). • Скорм пакеты с использованием LearningApps. В вычисляемом и множественном вычисляемом вопросах используются параметры из некоторого диапазона.

Выполнение студентами заданий позволяет компенсировать отсутствие аудиторных часов на практические занятия по теме вещественные числа.